Lineáris elektromos hálózatok topológiája

HENNYEY ZOLTÁN
a műszaki tudományok kandidátusa
(Híradástechnikai Tanszék)

Bevezetés

A topológia — annak ellenére, hogy szakembereink körében általában ismeretlen — nem új matematikai eszköz elektromos hálózatok problémáinak megoldására. Története immár egy évszázados; Kirchhoff a róla elnevezett topológiai szabályokat a mult század közepén alkotta, és Poincaré szintén a mult század második felében alapozta meg az elektromos hálózatok topológiáját. Mindez egy olyan korban történt, amikor komplikáltabb áramköröknek nem volt technikai jelentőségük, és így a topológia érthetően feledésbe merült. Az elmult évtizedben a topológiával egyre többen foglalkoznak — Bayard[1] szerint azért, mert a technika mindinkább bonyolult áramköröket használ, és most már nem érdektelen a hálózatproblémák közvetlen megoldásának eszköze.

Ez a dolgozat egy topológiai sorozat első közleménye, mely az elemi (csatolt ágakat nem tartalmazó) hálózatokkal foglalkozik. Kirchhoff topológiai szabályai[2] is éppen ilyen elemi hálózatok problémáinak megoldását célozzák. Az utóbbi évtized topológiai dolgozatainak szerzői szintén elemi hálózatokra szorítkoznak, és a Kirchhoff-topológia egy-egy részletkérdését kiragadva, azt finomítják. Jelen dolgozat sem kivétel ez alól: lényegében a Kirchhoff-féle topológiai szabályok gyakorlatilag célszerű átfogalmazásáról lesz szó. Ezeket a szabályokat — és ennyi új van benne — általánosabban írjuk fel arra az esetre, ha a hálózat ágai aktívak és nem egyöntetűen vagy impedanciákkal, vagy admittanciákkal vannak paraméterezve, hanem e kettővel vegyesen.

A második topológiai dolgozat a legáltalánosabb lineáris hálózatokkal foglalkozik, ahol az ágak között passzív vagy aktív csatolás is lehet. Ilyen hálózatokra Kirchhoff topológiai szabályai már nem alkalmazhatók. Ezeket az »aktív transzformátor« fogalmának bevezetésével teszi egyöntetűvé, és topológiai szabályokkal kezelhetővé e második közlemény.

Az aktív hálózatok technikai jelentőségét az elektron-csöves áramkörök adják meg. A modern technikában egyre nagyobb szerephez jutnak a tranzisztoros áramkörök, melyek szintén aktív hálózatok. Ezek problémáinak megoldásánál — fokozott bonyolultságuk miatt — még nagyobb jelentőségre számíthat a topológiai apparátus.

[1] *Bayard* az irodalmi jegyzék (5) alatti Lantieri-cikk bevezetésében írja ezt.

[2] L. az (1) alatti Cauer-könyv 23. oldalán.

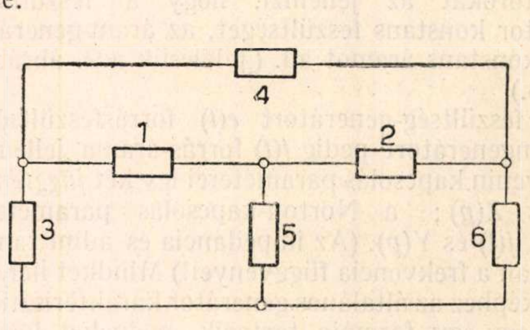
I. ELEMI HÁLÓZATOK

1. Alapfogalmak

Hálózat alatt elektromos elemek tetszésszerinti kapcsolását értjük. Ha ezek az elemek valamennyien lineárisak, akkor lineáris hálózatról beszélünk.

A következőkben lineáris hálózatokra szorítkozunk.

Ha a kapcsolásban előforduló elemek mind kétpólusok (a hálózat nem tartalmaz csatolt ágakat, pl. transzformátort), akkor ezt a kapcsolást *elemi hálózatnak* nevezzük. Ilyen például az 1. ábrán látható hálózat, mely hat kétpólusból van felépítve.



1. ábra.

Az elemi hálózat ágaiban legyenek általában aktív kétpólusok, röviden *generátorok,* melyek egyetlen frekvenciát termelnek. Ez a »forrás-frekvencia« legyen általában komplex, melynek valós része adja az amplitudó exponenciális változásának mértékét, képzetes része pedig a periodicitást:

$$p_i = \delta_i + j\,\omega_i \tag{1}$$

Ez a komplex frekvencia azt jelenti, hogy az i-edik ágban levő generátor forrás-feszültsége:

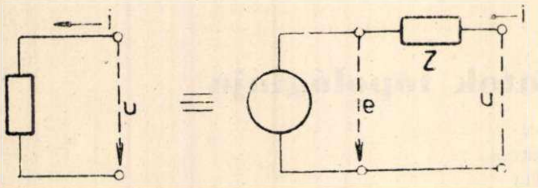
$$e_i\,(t) = E_i\,\varepsilon^{p_i t} \tag{2}$$

illetve forrás-árama:

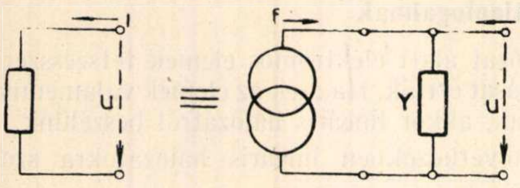
$$f_i\,(t) = F_i\,\varepsilon^{p_i t} \tag{3}$$

alakú időfüggvény. Ezek a formulák a komplex pillanatnyi forrásfeszültséget, illetve forrásáramot adják, melyek fizikai jelentését — a komplex írásmódban megszokott szimbolizmussal — a valós rész képviseli. Az »E« és »F« betűk a fenti formulákban a forrás-paraméterek komplex — tehát a kezdőfázist is tartalmazó — amplitudóit jelentik.

Egy generátor elektromos sajátságait a Thevenin, vagy a Norton helyettesítőképpel tehetjük szemléletessé. Mindkét helyettesítő-képben két elemi kétpólus szerepel. A Thevenin-képben egy feszültség generátor és egy soros impedancia, a Norton-képben pedig egy áram-generátor és egy parallel



2a. ábra. Thevenin-kép
Általános gen. = feszülts. gen. + soros imp.



2b. ábra. Norton-kép
Általános gen. = áram-gen. + parallel adm.

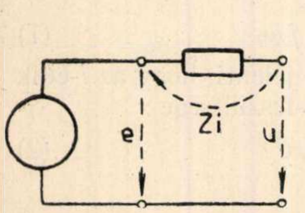
admittancia helyettesíti az általános generátort (2. ábra). A helyettesítő-képekben szereplő speciális generátorokat az jellemzi, hogy a feszültség-generátor konstans feszültséget, az áram-generátor pedig konstans áramot ad. (Jelölésük a 2. ábrában látható.)

A feszültség-generátort $e(t)$ forrásfeszültsége, az áramgenerátort pedig $f(t)$ forrás-árama jellemzi. A Thevenin kapcsolás paraméterei így két *függvény* : $e(t)$ és $Z(p)$; a Norton-kapcsolás paraméterei pedig : $f(t)$ és $Y(p)$. (Az impedancia és admittancia általában a frekvencia függvényei!) Mindkét helyettesítő-képhez az általános generátor karakterisztikájának egy-egy formája tartozik, melyeket kézenfekvően Thevenin-, ill. Norton-formának nevezhetünk.

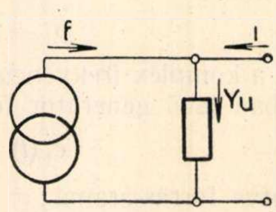
A Thevenin-karakterisztika a 3. ábrában látható Thevenin-képből olvasható ki :

$$u = Zi + e \tag{4}$$

(A kis betűk általában időfüggvényeket jelentenek.) (4)-ből rögtön kitűnik, hogy üresjárásban —



3. ábra.



4. ábra.

amikor $i = 0$ — az u kapocs-feszültség egyenlő a forrás-feszültséggel. Ha a forrásfeszültség azonosan zérus — $e(t) = 0$ —, akkor a kétpólus passzívvá válik és a (4)-karakterisztika Ohm törvényébe megy át.

A Norton-karakterisztika a 4. ábrából olvasható ki :

$$i = Yu - f \tag{5}$$

Innen látható, hogy ha $u = 0$ — azaz rövidzárásban — az i kapocs-áram egyenlő a *negatív forrás-árammal.* (Ezt az előjelet később kiderülő okból választottuk negatívnak.) Ha a forrás-áram zérus, akkor a kétpólus passzívvá válik.

Az általános generátor akár Thevenin, akár Norton helyettesítő-képpel ábrázolható, tehát kézenfekvően felmerül a helyettesítőképek *ekvivalenciájának* kérdése. (Ekvivalens két kétpólus, ha karakterisztikájuk azonos.)

A (4) egyenlet alakjára hozható az (5) is megfelelő átrendezéssel és Y-nal való osztással ; így

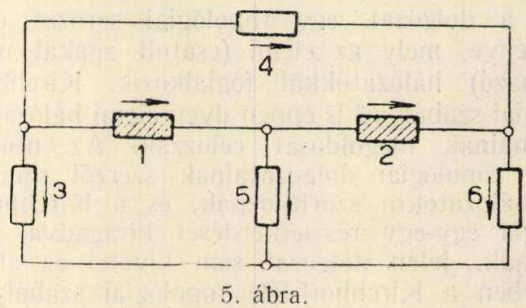
$$u = \frac{1}{Y} i + \frac{f}{Y} \tag{6}$$

és innen kiolvashatók — (4)-et (6)-tal egybevetve — az ekvivalencia feltételei :

$$Z = \frac{1}{Y}, \text{ ill. } ZY = 1 \tag{7}$$

$$e = \frac{f}{Y}, \text{ ill. } \frac{e}{f} = Z$$

Most már látjuk, hogy az (5)-ben a forrásáram előjelét azért volt célszerű negatívnak választani, mert így az ekvivalencia feltételeiben negatív előjel nem szerepel. Azt is látjuk, hogy ha a generátor impedanciája, vagy admittanciája zérus, (extrém generátor, vagy extrém passzív kétpólus



5. ábra.

esete) akkor csak az egyik helyettesítőképről, illetve a karakterisztika csak egyik formájáról beszélhetünk. Ebben az esetben ugyanis a generátor vagy feszültség-generátorrá (ha $Z = 0$), vagy áramgenerátorrá (ha $Y = 0$) fajul ; ha még a forrásparaméter is zérus, akkor (ha $Z = 0$, $e = 0$) *rövidzárrá,* illetve ($Y = 0$ és $f = 0$ esetben) *szakadássá* válik. Zérus impedancia esetén csak a Thevenin, zérus admittancia esetén pedig csak a Norton helyettesítő képnek van értelme.

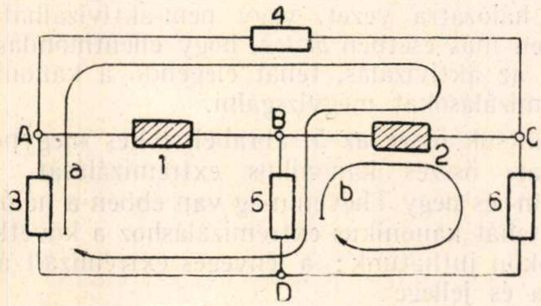
Általában viszont mindkét helyettesítőkép létezik, és önkényes, hogy a hálózat egy ágában levő generátor számára melyiket választjuk. A kényszerű vagy önkényes választás után a hálózat minden ágát lássuk el helyettesítőképpel ; így a hálózat i-edik ága vagy Z_i és e_i-vel paraméterezett *Thevenin-ággá,* vagy Y_i és f_i-vel paraméterezett *Norton-ággá* válik. A Thevenin-ágakat röviden *impedanciáknak* fogjuk nevezni, és az 5. ábra mintájára üres téglányokkal jelöljük ; a Norton-ágakat pedig *admittanciáknak* is nevezhetjük, és sraffozott téglányokkal jelöljük. Az 5. ábrán látható hálózat egyes ágainak paraméterei tehát rendre :

(Y_1, I_1), (Y_2, I_2), (Z_3, e_3), (Z_4, e_4), (Z_5, e_5) és (Z_6, e_6). Természetesen minden ághoz rendelnünk kellett egy mérőirányt, különben a forrás-paraméterek — és az elektromos állapotot leíró kapocs-paraméterek is — előjelre határozatlanok lennének. A mérőiránnyal ellátott ágakat *irányított ágaknak* nevezzük. (Az irányítás a közös feszültség- és áram-mérőirányokat adja.)

Az ágak megfelelő átszámozásával mindig elérhetjük, hogy a Norton-ágak kapják a kis számokat, a Thevenin-ágak pedig a nagyokat. (Az 5. ábrában a számozás már ennek megfelelő.)

Az 5. ábrabeli hálózatot *4 pontos teljes hálózatnak* nevezhetjük, mert a hálózat bármely két csomópontja között egyértelműen egy ág helyezkedik el.

Ha általában egy P-pontos hálózat teljes (minden pontpár-kombinációhoz tartozik egy ág), akkor



6. ábra.

az ágak száma P-vel kifejezhető, és könnyen beláthatóan:

$$A = \binom{P}{2} \tag{8}$$

2. Alapfeladat

Feladatunk a megadott elektromos hálózat (stacioner) elektromos állapotának a meghatározása. Ezt az elektromos állapotot az ág-feszültségek és ág-áramok összessége — konkrét 4-pontos teljes hálózatunk kapcsán tehát 12 paraméter — írja le. Ennek a 12 ismeretlennek a meghatározására 12 egyenletet kell felírnunk. 6 egyenletet adnak az ágak karakterisztikái, további hatot pedig a Kirchhoff-törvények — feladatunk tehát e 12 egyenletből álló lineáris egyenletrendszer megoldásával oldható meg.

A topológia célkitűzése ezeket a megoldásokat az egyenletrendszer felírása nélkül közvetlenül a hálózat struktúrája alapján megadni. A megoldás »topológiai« úton való meghatározása nemcsak az általában bonyolult egyenletrendszer felírását kerüli el, hanem az egyenletrendszer megoldásának fáradságos és sok hibaforrást rejtő útja helyett a megoldást a hálózat felépítése alapján közvetlenül adja.

A topológia tehát a hálózat felépítésének vizsgálatára van alapozva. Egy hálózatban — tartsuk szem előtt most az 5. ábra hálózatát — az ágakon kívül csomópontokról és áramkörökről kell beszélnünk. A 6. ábrában megjelöltük a 4-pontos teljes hálózat (6. ábra) csomópontjait, és például két áramkörét. Az »*a*« áramkör a 3—4—2—5—3 ágakon halad, a »*b*« pedig az 5—2—6—5 ágakon. (Az áramkör első ágát utolsónak is beírtuk, jelezve, hogy az áramkör záródik.)

Az ágak száma (A) a hálózat egyik fontos topológiai jellemzője. A másik — a csomópontok száma helyett — a hálózat »feszültség-szabadságfoka«, mely 1-gyel kevesebb a pontok számánál:

$$A_u = P - 1 \tag{9}$$

Ennek jelentése: legfeljebb ennyi ágban lehet az ágfeszültségeket függetlenül megválasztani anélkül, hogy Kirchhoff huroktörvényébe ütköznénk.

Ezt a tételt így láthatjuk be: minden pontban önkényesen felvehetjük a potenciálokat Kirchhoff törvényének megsértése nélkül. Ezek a potenciálok egyértelműen meghatározzák a potenciál-különbségeket, azaz a feszültségeket. Valamelyik pont potenciálja viszont önkényesen nullának rögzíthető, tehát az összes feszültségeket a többi $(P-1)$ potenciáladat egyértelműen meghatározza. A függetlenül választható feszültségek száma tehát valóban a fent definiált »feszültség-szabadságfok«.

A feszültségszabadságfok duálja az »áramszabadságfok« (A_i), mely a Kirchhoff-törvények megsértése nélkül függetlenül választható áramok számát adja. Egy hálózat minden ágában vagy a feszültséget, vagy az áramot szabadon választhatjuk. (E tétel korántsem »könnyen-belátható«; bizonyítását mégis mellőzzük.) Ha tehát A_u ágban szabadon választottuk a feszültségeket, a maradék

$$A_i = A - A_u \tag{10}$$

ágban nyilván az áramokat választhatjuk szabadon.

A tárgyalt (6. ábrán adott) hálózatban az ágak száma: $A = 6$, a csomópontoké pedig: $P = 4$. A (9) és (10) egyenletek alapján tehát

$$A_u = 3 \text{ és } A_i = 3 \tag{11}$$

3. Extrém hálózatok

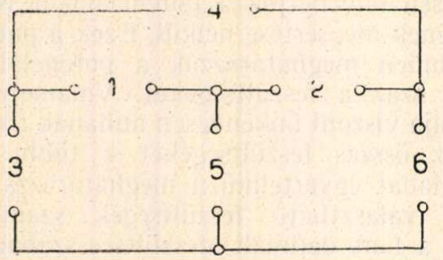
Ezekután áttérünk a legfontosabb topológiai fogalom, az »extrémizálás« tárgyalására. A hálózat egy ágát extrémizálni annyit jelent, mint impedancia- ill. admittancia-paraméterét zérussá vagy végtelenné tenni. A zérussá-tevést *természetes*, a végtelenné-tevést pedig *lényeges extrémizálásnak* nevezzük.

Amikor egy impedanciát (Thevenin-ágat) illetve egy admittanciát (Norton-ágat) természetes extrémizálásnak vetünk alá (azaz Z-t, ill. Y-t zérussá tesszük), akkor a kérdéses általános generátorból *passzív rövidzár* ill. *szakadás* keletkezik. Ha pedig ugyanezen ágakra lényeges extrémizálást alkalmazunk (azaz Z-t ill. Y-t végtelenné tesszük), akkor fordítva: az impedanciából lesz szakadás és az admittanciából rövidzár.

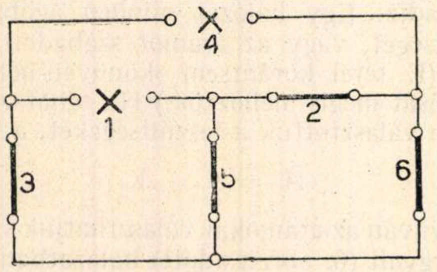
Valamilyen hálózat egy extrémizálását úgy adjuk meg, hogy felsoroljuk a lényegesen extrémizált ágak indexét. Például a tárgyalt 6. ábrabeli hálózat (2,4)-jelű extrémizálása azt jelenti, hogy az Y_1, Z_3, Z_5 és Z_6 ágakat természetesen extrémizáljuk, azaz ezeket a paramétereket zérussá tesszük; az Y_2 és Z_4 ágakat pedig lényegesen, azaz ezeket a paramétereket végtelenné tesszük. Egy ilyen extrémizált hálózatot úgy ábrázolunk, hogy felrajzoljuk az extrémizált ágakból készített — rövidzárakból ($Y = \infty$, és $Z = 0$ esetén) és szakadásokból ($Y = 0$ és $Z = \infty$ esetén) álló — »extrém hálózatot«.

Ha egy elemi hálózatból »kiemeljük« a kétpólusokat, és csak az összekötő vezetékeket rajzoljuk meg, akkor a hálózat »konnektorához« jutunk. Például az 5. ábra hálózatának konnektora a 7. ábrában látható.

Az extrém hálózatot úgy származtatjuk, hogy a hálózat konnektorát az extrémizálásnak meg-



7. ábra.



8. ábra.

felelően rövidzárakkal vagy szakadásokkal lezárjuk. A tárgyalt (2,4)-jelű extrémizáláshoz így a 8. ábra extrém hálózata tartozik (a rövidzárakat folytonos vonallal, a szakadásokat pedig a konnektor póluspárja közé rajzolt kereszttel ábrázoltuk.) Ha most a rövidzárakat és szakadásokat *aktívvá* tesszük — azaz a rövidzárakból feszültség-, a szakadásokból pedig áram-generátorokat csinálunk —, akkor két eset lehetséges: vagy ellentmondásba kerülünk, vagy a hálózat minden áramát és feszültségét az előírt forrásáramok és forrásfeszültségek segítségével egyértelműen meghatározzuk.

Ellentmondásba akkor jutunk, ha egy zárt áramkörben csupa rövidzár volt, és ezeket feszültséggenerátorokká aktivizáljuk. Ebben az esetben ugyanis Kirchhoff törvénye szerint a hurokban levő forrásfeszültségek (előjeles) összegének zérust kell adni, és tehát nem választhatjuk őket szabadon. Ez az eset a 8. ábrán is ahol a 2-es, 5-ös és 6-os rövidzárak hurkot alkotnak. A másik lehetősége az ellentmondásnak az, ha valamelyik csomópontra csupa szakadás fut. Ugyanis az aktivizálás után ezek mind áramgenerátorok lesznek, és a csomóponti Kirchhoff-törvény értelmében a forrásáramok (előjeles) összege zérust kell, hogy adjon: a forrásáramok tehát nem választhatók szabadon. Ilyen eset a 8. ábrában nem fordul elő.

Egy hálózatban a feszültség-szabadságfokot (A_u) és áramszabadságfokot (A_i) már értelmeztük. Könnyű belátni, hogy egy extrém hálózat aktivizálása feltétlenül ellentmondásra vezet, ha a rövidzárrá extrémizált ágak száma nem egyezik A_u-val, és ennek következményeként a szakadássá extrémizált ágak száma A_i-vel. Ugyanis éppen ezek a számok adják a függetlenül választható forrásfeszültségek és forrásáramok számát. Azokat az extrémizálásokat, ahol rövidzárrá éppen A_u, szakadássá pedig A_i ágat extrémizálunk: *kanonikusnak* nevezzük.

A tárgyalt hálózatban a feszültség-szabadságfok 3, az áram-szabadságfok szintén 3. Egy extrémizálás aktívvá tétele után tehát csak akkor nem biztos, hogy ellentmondásra jutunk, ha 3 ágat rövidzárrá, 3-at pedig szakadássá extrémizálunk, ez a kanonikus extrémizálás, mely vagy aktivizálható hálózatra vezet, vagy nem-aktivizálhatóra. Minden más esetben *biztos*, hogy ellentmondáshoz vezet az aktivizálás, tehát elegendő a kanonikus extrémizálásokat megvizsgálni.

Állítsuk össze az 5. ábrabeli teljes »négypont-hálózat« összes kanonikus extrémizálását. Két Norton- és négy Thevenin-ág van ebben a hálózatban, tehát kanonikus extrémizáláshoz a következő módokon juthatunk: a lényeges extrémizált ágak száma és jellege

1. egy Thevenin-ág (így az extrém hálózatban a három megmaradó — természetesen extrémizált — Thevenin-ág válik rövidzárrá), vagy
2. egy Norton- és két Thevenin-ág, vagy
3. két Norton- és három Thevenin-ág.

Több lehetőség nyilván nincs (nincs több Norton-ág).

Az összes kanonikus extrémizálás száma (6 ágból 3 rövidzár)

$$\binom{6}{3} = 20.$$

Általában, ha A az ágak száma, A_u és A_i a feszültség-, ill. áram-szabadságfokokat jelenti, a kanonikus extrémizálások száma:

$$\binom{A}{A_u} = \binom{A}{A_i}$$

A 20 kanonikus extrémizálás a fenti három csoportba osztva a következő: (extrémizálás jele a lényegesen extrémizált ágak indexéből van összetéve)

1): (3), (4), (5), (6);
2): (134), (135), (136), (145), (146), (156), (234), (235), (236), (245), (246), (256);
3); (12345), (12346), (12356), (12456).

Az így nyert extrém hálózatok ágait aktivizálva 16 esetben nem jutunk ellentmondásra, de négy esetben igen. Éspedig az (5), (146) ,(234) és (12356) jelű extrémizálások vezetnek *nem-aktivizálható* extrém hálózatokra.

Az aktivizálhatóság szükséges és elégséges feltétele az, hogy az extrém hálózatban minden csomópont rövidzárakkal egyetlen összefüggő rendszerbe legyen összekapcsolva (a csomópontok »ekvipotenciálissá« legyenek téve), de bármelyik rövidzár megszakításával ez a sajátság megszűnjék (egyetlen rövidzár se legyen »felesleges«, azaz ne legyen az extrém hálózatban zárt hurok.) Így természetesen a szükséges rövidzárak száma eggyel kevesebb, mint a csomópontok száma. A kanonikus extrémizálás — a rövidzárak számának (P—1)-gyel való egyenlősége — az aktívizálhatóságnak tehát valóban szükséges feltétele.

Rendeljünk minden kanonikus extrémizáláshoz egy *együtthatót,* mely kétpólus-hálózatok esetén vagy 1, vagy 0 aszerint, hogy az extrém hálózat aktivizálható, vagy nem. Formulában azt például, hogy a tárgyalt hálózat (3), vagy (136) jelű extrémizálásai aktivizálhatók, így fejezzük ki:

$$c_3 = 1 \text{ és } c_{136} = 1.$$

Azt viszont, hogy az (5), vagy (146) indexű extrémizálások nem-aktivizálható extrém hálózatot adnak, így írjuk fel:

$$c_5 = 0 \text{ és } c_{146} = 0.$$

Térjünk át ezekután a topológiai szabályokra.

4. Topológiai szabályok

Az első topológiai szabály:

A hálózat determinánsa (ennek értelmét és alkalmazását később látjuk) *annyi tagból álló összeg, ahány kanonikus extrémizálás van. Minden kanonikus extrémizálásnak megfelel a hálózatdetermináns egy tagja, melynek tényezői az extrémizálás együtthatója és a lényegesen extrémizált ágak admittanciái, ill. impedanciái.*

A »determináns« elnevezést az indokolja, hogy ez a megoldandó lineáris egyenletrendszer együtthatóinak determinánsa.

A hálózat determinánsát tehát általánosságban így írhatjuk fel:

$$\Delta_H = \sum_{\text{ex}} c_{\text{ex}} P_{\text{ex}} \qquad (11)$$

hol az »ex« index egy kanonikus extrémizálás indexét jelenti és a szummáció valamennyi kanonikus extrémizálásra végzendő. A képletben »c_{ex}« az extrémizálás együtthatója, »P_{ex}« pedig a lényegesen extrémizált ágak admittanciáinak, ill. impedanciáinak szorzata.

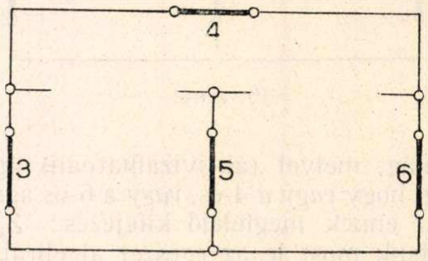
Ennek a szabálynak értelmében a tárgyalt hálózat determinánsa:

$$\Delta_H = c_3Z_3 + c_4Z_4 + c_5Z_5 + c_6Z_6 +$$
$$+ c_{134}Y_1Z_3Z_4 + c_{135}Y_1Z_3Z_5 +$$
$$+ \ldots + c_{12456}\, Y_1Y_2Z_4Z_5Z_6 \qquad (12)$$

Ez a kifejezés még akkor is, ha a c együtthatókat (1 vagy 0) behelyettesítjük, 16 tagból áll és eléggé áttekinthetetlen. Algebrailag áttekinthetőbb formára jutunk, ha a hálózatdeterminánst a következő »topológiai gondolatmenettel« írjuk fel.

Kiindulunk a hálózat ágainak természetes extrémizálásából. Ez a 9. ábrában látható — nem aktivizálható — extrém hálózathoz vezet. Itt a bajt az okozza, hogy túl sok a rövidzár (minden Thevenin-ágból rövidzár lett), és a 3-as, 4-es és 6-os ágak hurkot alkotnak; az egyik tehát fölösleges. Ezen a bajon úgy segíthetünk, hogy a felsorolt három ág közül az egyiket megszakítjuk, azaz ezt a Thevenin-ágat lényegesen extrémizáljuk. Így a hálózatdetermináns összes tagját kapjuk, melyben az Y_1és Y_2 paraméterek nem szerepelnek, azaz a Norton-ágak természetesen vannak extrémizálva.

A hálózatdetermináns tagjai közül egy második csoportba akarjuk gyűjteni azokat, melyek az



9. ábra.

Y_1-gyet tartalmazzák. Itt tehát az 1-es Norton-ág lényegesen (rövidzárrá) van extrémizálva. A harmadik csoport tagjaiban csak Y_2 szerepel, a negyedikben pedig az Y_1Y_2 szorzat. Természetesen a közös Y-tényezőket csoportonként kiemelhetjük.

A hálózatdetermináns topológiai gondolatmenettel való felírása előtt megállapítjuk, hogy a topológiai gondolatmenet és a hozzátartozó algebrai forma egymásnak az alábbi könnyen belátható szabályok szerint »megfelelnek«:

1. A természetes extrémizálásnak az »1« tényező, a lényeges extrémizálásnak az illető ág admittanciája, vagy impedanciája felel meg. Tehát az i-edik Norton-ág rövidzárásának »algebrai fordítása« Y_i; a j-edik Thevenin-ág megszakítása algebrai nyelven: Z_j.

2. A feltételek *vagylagosságának* algebrailag az összeadás; *egyidejűségének* pedig a szorzás felel meg. Így a 2-es Norton ág rövidrezárása és a 4-es Thevenin-ág egyidejű megszakítása (a többi Norton-ág szakadás és Thevenin-ág rövidzár!) algebrai nyelven: Y_2Z_4. Vagy például: az 1-es Norton-ág rövidzárása és ezzel egyidejűleg a 3-as *vagy* 5-ös Thevenin-ág megszakítása így fejezhető ki:

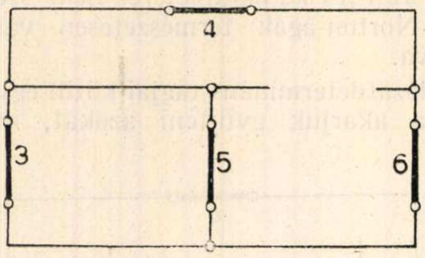
$$Y_1(Z_3 + Z_5).$$

Ezeket a szabályokat szem előtt tartva, a (12) alatti hálózatdeterminánst így írhatjuk fel az Y-ok szerint rendezve:

a) Ha a Norton-ágakat természetesen extrémizáljuk, azaz szakadásnak rögzí jük ezeket, akkor (l. 9. ábrát) az aktivizálhatóság elérésének feltétele, hogy vagy a 3-as, vagy a 4-es, vagy a 6-os ágat megszakítsuk. Algebrailag:

$$Z_3 + Z_4 + Z_6 \qquad (13)$$

b) Ha az 1-es Norton-ágat rövidrezárjuk, a 2-es Norton-ágat pedig szakadásnak rögzítjük, akkor a 10. ábrán adott extrém hálózathoz jutunk (a Thevenin ágak természetes extrémizálásban!). Itt már az aktivizálhatóságot csak két Thevenin-ág megszakításával érhetjük el. Éspedig a 3-as, az 5-ös és a (4 + 6)-os Thevenin-ágak közül kettőt kell megszakítanunk. A (4 + 6)-os egy összetett



10. ábra.

Thevenin-ág, melyet (aktivizálhatóan) úgy szakítunk meg, hogy *vagy a* 4-es, *vagy* a 6-os ágat szakítjuk — az ennek megfelelő kifejezés: $Z_4 + Z_6$.

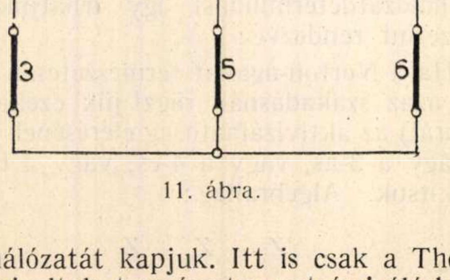
Fordítsuk most le az egészet algebrai nyelvre. Az 1-es ág rövidrezárásának kifejezése: Y_1. Ez a hálózatdetermináns most gyűjtendő tagjaiban szimultán-feltétel, tehát Y_1 szorzó. A 3-as és 5-ös ágak megszakításának algebrai kifejezése: Z_3 ill. Z_5, a (4 + 6) ág kanonikus megszakításáé pedig $(Z_4 + Z_6)$. Így tehát a hálózatdetermináns megfelelő része:

$$Y_1[Z_3Z_5 + Z_3(Z_4 + Z_6) + Z_5(Z_4 + Z_6)] \qquad (14)$$

c) Ha a 2-es Norton-ágat zárjuk rövidre az 1-est pedig szakadásnak rögzítjük, akkor a 11. ábrához jutunk. Itt is kihangsúlyoztuk, hogy az aktivizálhatóság helyreállítása céljából — ebben a csoportban — az 1-es szakadás és a 2-es rövidzár érintése nélkül megfelelő számú Thevenin-ágat kell megszakítanunk, tehát a rögzítetten extrémizált Norton-ágakat nem is rajzoltuk. Itt az aktivizálhatóságot szintén két Thevenin-ág megszakításával érhetjük el. Éspedig: a (3 + 4), 5 és 6-os ágak közül kettőt — bármelyik kettőt — kell megszakítanunk. Így tehát a hálózatdetermináns megfelelő része a (14)-hez hasonlóan:

$$Y_2[(Z_3 + Z_4)Z_5 + (Z_3 + Z_4)Z_6 + Z_5Z_6] \qquad (15)$$

d) Végül, ha mind az 1-es, mind a 2-es Norton-ágakat rövidzárnak rögzítjük, akkor a 12. ábra



11. ábra.

extrém hálózatát kapjuk. Itt is csak a Thevenin-ágakat rajzoltuk természetes extrémizálásban. Az aktivizálhatóságot három Thevenin-ág megszakításával érhetjük el. Éspedig: a 4-es ágat feltétlenül meg kell szakítanunk (Z_4) és ezzel egyidejűleg a 3-as, 5-ös és 6-os ágak közül bármelyik kettőt — azaz lefordítva: $Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6$. Így a hálózatdetermináns utolsó része:

$$Y_1Y_2Z_4(Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6) \qquad (16)$$

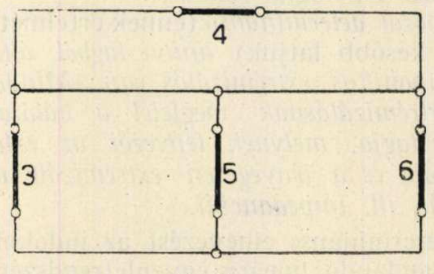
A (13) ... (16) kifejezéseket összeírva — kis átrendezéssel — kapjuk a hálózatdetermináns kifejezését most már áttekinthetőbb algebrai formában:

$$\begin{aligned} \Delta_H = {} & [Z_3 + Z_4 + Z_6] + \\ & + Y_1[Z_3Z_5 + (Z_3 + Z_5)(Z_4 + Z_6)] + \\ & + Y_2[(Z_3 + Z_4)(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6] + \\ & + Y_1Y_2Z_4[Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6] \end{aligned} \qquad (17)$$

Figyelemreméltó, hogy ebben a felírásban már nem szerepelnek az extrémizálás együtthatói, hiszen automatikusan csak a $c = 1$ együtthatójú extrémizálások kerülhettek szóba.

A hálózatdetermináns persze nemcsak a (17) formában írható fel topológiai gondolatmenet algebrai fordításaként. *Minden topológiai gondolatmenethez tartozik egy algebrai forma.*

A második topológiai szabály a »csatolás« determinánsára vonatkozik (ennek értelmét is később látjuk), és így hangzik:



12. ábra.

A csatolás determinánsa annyi tagból álló összeg, ahány »szubkanonikus« extrémizálása van a »maradék-hálózatnak«. A maradék hálózatot úgy kapjuk, hogy a keresett Δ_{pq} csatolási determináns indexének megfelelően elhagyjuk a hálózatból a p-edik és q-adik ágakat. »Szubkanonikus« extrémizálás alatt pedig azt értjük, hogy a maradékhálózatban eggyel kevesebb ágat teszünk rövidzárrá, mint a kanonikus extrémizálásnál. (Így persze szakadássá is eggyel kevesebbet teszünk.)

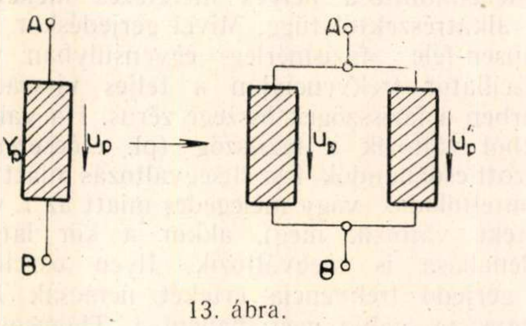
Minden szubkanonikus extrémizálásnak megfelel a csatolás-determináns egy tagja. Ennek tényezői: a szubkanonikus extrémizálás együtthatója és a maradék-hálózatban lényegesen extrémizált ágak admittanciái, ill. impedanciái. Formailag tehát a csatolás-determináns a hálózatdeterminánshoz hasonlít és így írható fel:

$$\Delta_{pq} = \sum_{\mathrm{ex}} c_{ex} P_{ex} \qquad (18)$$

ahol az »ex« index most egy szubkanonikus extrémizálás indexét jelenti, és a szummáció valamennyi-szubkanonikus extrémizálásra végzendő. A képletben »c_{ex}« a szubkanonikus extrémizálás együtthatója, »P_{ex}« pedig a maradék-hálózatban lényegesen extrémizált ágak admittanciáinak, ill. impedanciáinak szorzata.

A szubkanonikus extrémizálás együtthatója 0, +1 és —1 lehet. Ha a szubkanonikus extrém hálózatot az ellentétesen extrémizált p-edik és q-adik ágakkal (egyik rövidzár, a másik szakadás) egészítjük ki, akkor egy teljes extrém hálózathoz jutunk, melyben a rövidzárak száma kanonikus. Tehát szóbajöhet az aktivizálhatóság kérdése. Ha mindkét esetben (akár p-rövidzár, q-szakadás; akár p-szakadás, q-rövidzár esetén) aktivizálható a teljes extrém hálózat, akkor az extrémizálás együtthatója + vagy —1 aszerint, hogy az egyidejű p és q rövidzár esetén keletkező hurokban a p és q ágak irányítása ütköző (+), vagy egyirányú (—). Ha a kiegészített teljes hálózat az egyik (vagy mindkét) esetben nem-aktivizálható, akkor ennek a szubkanonikus extrémizálásnak az együtthatója zérus.

A második topológiai szabály alapján közvetlenül felírhatjuk mindazokat a Δ_{pq} csatolás-determinánsokat, melyekben p és q egymástól különböznek. Ha p ás q egyeznek, akkor »öncsatolásról« beszélünk. Az öncsatolás determinánsának a felírására a harmadik topológiai szabályt kell szem előtt tartanunk, mely így szól:



13. ábra.

A p-edik ág öncsatolásának determinánsa (Δ_{pp}) *ugyanúgy állapítható meg, mint a »külső« csatolásoké a második szabály szerint; csak a p-edik ágat meg kell dupláznunk — a valóságos p-edik ág helyett két fiktív p-edik ágat kell bevezetnünk. Ezután a két fiktív p-edik ág közötti csatolás determinánsát a második topológiai szabály szerint már fel tudjuk írni: ez éppen az öncsatolás determinánsa.*

Az ág-duplázást a következő szabályok szerint kell végeznünk:

A) Ha Norton-ágról van szó, mely az A és B pontok között helyezkedik el (13. ábra), akkor a duplázás azonos irányítással a két fiktív p-edik ág parallelkapcsolását jelenti.

Így persze a maradék-hálózat eggyel több ágat tartalmaz, mint külső csatolás esetén, mert a teljes hálózatnak is eggyel több ága van. A pontok száma viszont nem változott és így mind a kanonikus, mind a szubkanonikus extrémizálásban ugyanannyi rövidzár szerepel.

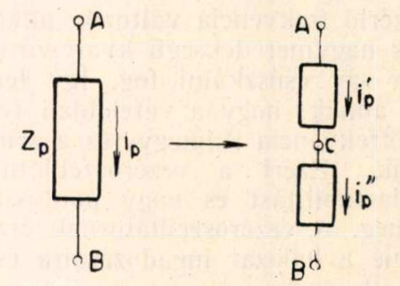
B) Ha Thevenin-ágról van szó, mely az A és B pontok között helyezkedik el, akkor az ágduplázás a fiktív p-edik ágak sorbekapcsolását jelenti azonos irányítással. Így egy új C-pont kerül a hálózatba (14. ábra).

Ebben az esetben a maradék-hálózat szintén eggyel több ágat tartalmaz, mint előbb; de most a pontok száma is eggyel nő, és így mind a kanonikus, mind a szubkanonikus extrémizálásban eggyel több rövidzár szerepel.

A fentiekben az öncsatolás determinánsának a felírását visszavezettük a második szabállyal meghatározható csatolási determináns esetére. Ennél talán még egyszerűbb az öncsatolási determináns felírását visszavezetni az első topológiai szabállyal felírható *hálózat-determináns* esetére. Könnyű belátni, hogy a harmadik topológiai szabályt az alábbi egyenértékű fogalmazásban is adhatjuk:

A p-edik ág öncsatolásának determinánsa — aszerint, hogy Norton-, vagy Thevenin-ágról van szó — eggyel kevesebb ágból álló hálózat pozitív, vagy negatív előjelű determinánsával egyezik. Éspedig,

A) Norton-ágnál: ezt a p-edik Norton-ágat rövidzárnak rögzítjük (tehát lényegesen extrémizáljuk!) és az így keletkező — eggyel kevesebb



14. ábra.

ágat tartalmazó — hálózat determinánsát az első topológiai szabállyal felírjuk. (Ebben természetesen a p-edik ág paramétere nem szerepel!) Az öncsatolás determinánsa egyenlő ezzel a hálózatdeterminánssal (pozitív előjellel).

B) Thevenin-ágnál: ezt a p-edik Thevenin-ágat szakadásnak rögzítjük (tehát megint lényegesen extrémizáljuk!) és az így keletkező — eggyel kevesebb ágat tartalmazó — hálózat determinánsát az első topológiai szabállyal felírjuk. (A p-edik ág paramétere — Z_p — persze most sem szerepel ebben a hálózat-determinánsban!) Az öncsatolás determinánsa a most felírt és negatív előjellel vett hálózatdeterminánssal egyenlő.

Érdemes még megemlíteni, hogy a hálózat determinánsa és az öncsatolás determinánsa az alábbi összefüggésben vannak:

az n-edik Norton-ágnál

$$\Delta_{nn} = \lim_{Y_n \to \infty} \frac{\Delta_H}{Y_n} \tag{19}$$

és a t-edik Thevenin-ágnál

$$\Delta_{tt} = \lim_{Z_t \to \infty} \frac{\Delta_H}{Z_t} \tag{20}$$

A topológiai szabályok alkalmazásának bemutatására a 6. pontban adunk példákat.

Folytatása következik

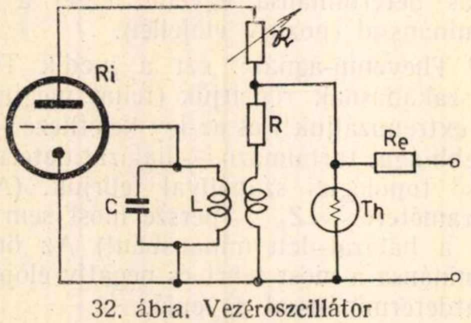
Légvezetékes vivőáramú zeneközvetítés

HARGITAI ENDRE

Folytatás (Lásd 1—2. szám, 16—32. old.)

Generátor. A szinkronizmust az adó és a vevő vivőfrekvenciás oszcillátorai között vezéroszcillátor biztosítja. Ez állítja elő a 34 kHz vezérlő frekvenciát, és az adóoldal vivőgenerátorát 4 : 5 frekvenciaviszonnyal vezérli. Így áll elő a 42,5 kHz vivőfrekvencia ($34 \cdot \frac{5}{4} = 42{,}5$). Vételoldalon a bejövő oldalsávot és vezérlő frekvenciát együttesen erősítjük, majd lyukszűrővel kiválasztjuk az átvitt sávból a 34 kHz-et. Ezzel az adónál alkalmazott viszonyban itt is vivőgenerátort vezérelünk. Ezáltal az adó és vevő generátorai szinkronban vannak. A vezérlő frekvenciától nagy stabilitást kívánunk meg, mivel ha a vezérlő frekvencia változik, akkor a változatlan és nagymeredekségű kvarcszűrőhöz viszonyítva a sáv csúszkálni fog. Így fennállana a veszélye annak, hogy a vételoldali lyukszűrőből a vezérlőfrekvencia »kimegy« és a szinkronizmus megszűnik. Ezért a vezéroszcillátortól nagy frekvenciastabilitást és nagy pontosságot követelünk meg. A vezéroszcillátornak érzéketlennek kell lennie a hálózat ingadozásaira és a hőmérsékletingadozásokra is.

A berendezésnek ki kell egyenlítenie a légvezeték atmoszférikus behatások által előidézett csillapításingadozásait is. A berendezés érzékelő szerve (indikátora) a vezérlő frekvenciát veszi



32. ábra. Vezéroszcillátor

alapul s ha annak ampitudója csökken, akkor azt a vezetékcsillapítás növekedésének veszi és erősíteni kell. A vezérlő frekvenciának ugyanaz a szerepe itt, mint a távbeszélőtechnikai vivőfrekvenciás berendezések pilotfrekvenciájának. Ezért a vezérlő frekvencia ampitudóstabilitása is elsőrendű követelmény. A 32. ábra alapján — amely a vezéroszcillátor igen nagymértékben leegyszerűsített kapcsolási rajzát adja — vizsgáljuk meg a követelmények teljesítését.

a) *Amplitudóstabilitás.* A cső anódja R és $\mathfrak{R}$ ellenállásokon át a rácsra visszacsatolt. A rácskörben van a frekvenciát meghatározó L-C rezgőkör. Az anódköri visszacsatoló tekerccsel és az azzal sorbakötött R ellenállással párhuzamosan kapcsolt termisztor kapcsairól R_e ellenálláson keresztül vesszük le a vezérlő frekvenciát. A termisztor automatikusan állandó szintre szabályozza a kimenő feszültséget, mert oly vezetőt tartalmaz, melynek ellenállása növekvő hőfok hatására nagy mértékben csökken. Ha a termisztor kapcsain a feszültség növekszik, megnövekszik a rajta átfolyó áram is. Az áram hőhatása következtében a termisztor ellenállása csökken és így csökken sarkain a feszültség is. Helyes méretezéssel elérhető, hogy a szintingadozás nagyobb áramingadozások esetében is csupán század néper nagyságrendű.

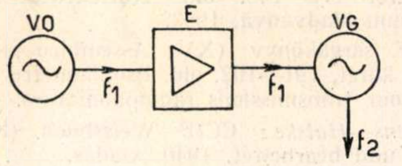
b) *Frekvenciastabilitás.* Csőgenerátorok frekvenciastabilitása helyes méretezés mellett főleg az alkatrészektől függ. Mivel gerjedéskor a Barkhausen-féle »fázismérleg« egyensúlyban van, az oszcillátor frekvenciáján a teljes visszacsatolási körben a fázisszögek összege zérus. Ha valamilyen okból változik a fázisszög (pl. csőcserénél változott csőállandók, feszültségváltozás miatt munkaponteltolódás vagy melegedés miatt az L vagy a C értéke változik meg), akkor a kör látszólagos ellenállása is megváltozik. Ilyen oszcillátornál a gerjedő frekvencia értékét nemcsak L és C nagysága szabja meg, hanem a Thomson-formulában szereplő veszteségi ellenállás is:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R^2 \frac{C}{L}}$$

Egyszóval nem oly frekvencián fog az oszcillátor rezegni, melyet a kondenzátor és önindukció értékei szabnak meg, hanem melynél a »fázismérleg« feltételei teljesülnek. A frekvenciát az anódkörbe kapcsolt $\mathfrak{R}$ komplex ellenállás értékével lehet kisebb mértékben szabályozni. $\mathfrak{R}$ szerepe a fázisforgatás s így a cső R_i belső ellenállásváltozását (mely a feszültségingadozásokból eredő munkaponteltolódások következménye) van hívatva kompenzálni. A 32. ábrán egyszerűség szempontjából nincs feltűntetve a fázisforgató ellenállást vezérlő szerv, mely jelen esetben egy elég bonyolult mechanizmusú impedanciacsővel van megoldva. Ha a csőállandók változásaiból származott frekvenciaingadozást eme vezérelt komplex ellenállással megszüntettük, akkor az oszcillátor frekvenciáját kizárólag L és C értéke valamint R konstansnak tekinthető veszteségi ellenállás határozza meg. A hőfüggőség kiküszöbölésére ezüstözött csillámkondenzátorokat használnak, melyek hőfokállandója pozitív, a rezgőköri önindukciót pedig oly gyűrűs porvasmagra készítik, melynek hőfokállandója negatív.

c) *Frekvenciapontosság.* Mivel a frekvenciastabilitás biztosítható, egyuttal a pontossági feltétel is teljesül. A beállítás az abszolutnak tekintett kvarcszűrő meredeken felszálló görbéjére történik. A görbe egy meghatározott frekvenciájához (42,5 kHz) ugyanis meghatározott csillapításérték tartozik és viszonylag kis frekvenciaeltérés nagyfokú csillapításváltozásnak felel meg. A csillapítást jól lehet mérni, s ezzel a frekvenciát is.

d) *Szinkronizmus.* A szinkronizmus az oszcillátorok elhúzhatóságán alapul. A vivőgenerátor visszacsatolása egészen laza s így idegen frekvenciával is vezérelhető. Az elv megértésének kedvéért

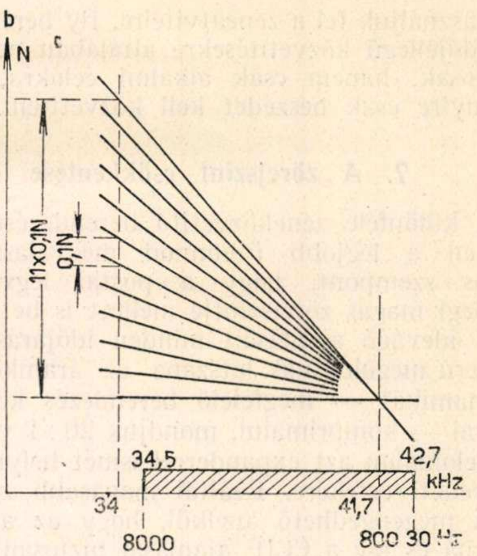


33. ábra. Szinkronizmus elve

tegyük fel, hogy a vezérlő és vezérelt oszcillátor frekvenciája egymással egyenlő ($f_1 = f_2$). A 33. ábrán látható módon a *VO* vezéroszcillátor f_1 frekvenciáját *E* erősítőn át *VG* vivőgenerátorba vezetjük. A vivőgenerátor f_2 frekvenciája nem kerülhet vissza a vezérlőbe, mivel közben van az erősítő. Mindkét generátor oly frekvencián igyekszik rezegni, hogy fázisviszonyai kiegyensúlyozottak legyenek. A vezérlő generátor kiegyensúlyozottságáról az előzőekben ismertetett módon már gondoskodtunk. A vezérelt generátor rezonáns frekvenciájától való legkisebb eltérés is már meddőáramot jelent. Megfordítva, a generátor elhangolható, ha kivülről tudunk meddőáramot betáplálni. Ebben az esetben a vezérlő generátor elhúzhatja saját frekvenciájára a vezérelt generátort és szinkronizmus áll be. Az elhúzás jelensége akkor is fellép, ha a két frekvencia nem azonos, de egészszámú viszony van közöttük. Ha túlvezérlést alkalmazunk — ami ezen berendezésnél használatos — akkor a túlvezérelt generátor a felharmonikusok egyikére is beáll (amelyik a legközelebb van saját frekvenciájához). Legyen például $f_1 = 4$ és f_2 nem pontosan 5, hanem mondjuk 5,01. Ebben az esetben 4-nek 5. felharmonikusa (20) különbségi kombinációt képez 5,01 3. felharmonikusával (15,03) és az eredmény 4,97. Ha 4,97 energiája elég nagy, akkor 5,01-et igyekszik csökkenteni, de ugyanakkor a 4,97 is közeledik az 5,00 felé. Amikor 5,01 5,00-re lecsökken, 4,97 is 5,00-ra változik és beáll a stabil állapot.

Az egyoldalsávos kivitel lehetővé teszi a légvezeték időjárás okozta frekvenciafüggő csillapításingadozásainak frekvenciafüggő kiegyenlítését. Ez azért is könnyebben megoldható, mert a sávszélesség az előző berendezés 20 kHz-éhez viszonyítva csak 8 kHz. Az erősítési görbéket a szabályozó 11 állásának megfelelően a 34. ábrán láthatjuk. A görbék 41,7 kHz körül forognak, ami a hangképben 800 Hz-nek felel meg. A kiegyenlítő görbék tükörképei a 9. ábrán feltüntetett légvezetékcsillapításgörbéknek: amikor a 41,7 kHz-et 1,1 néperrel kell erősítenünk, akkor a 34 kHz 1,1 néperrel elmarad, a 42,7 kHz pedig 0,1 néperrel jobban erősödik.

A vezérlőfrekvenciát a vételoldalon csővolt-

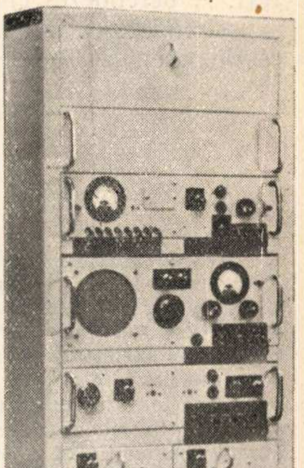


34. ábra. Az erősítésszabályozó csillapításgörbéi

mérővel szelektíven mérjük. Az utolsó cső anódkörében elhelyezett érzékeny jelfogó 0,1 néper szintingadozásnál, ha az 15 ms-nál tovább tart, optikai és akusztikus jelzést vált ki, amivel felhívja a fenntartók figyelmét az utánszabályozás szükségességére.

Ez a berendezés tökéletesebbnek látszik, mint az előző kétoldalsávos, de üzemi tapasztalatok hiányában határozott véleményt mondani róla nem lehet. A magyar posta 1944. évben párhónapos üzemet tartott fenn ily berendezéssel, de feljegyzéseink és a berendezés megsemmisültek. A leírás alapján azonban kétségtelen előnyei mellett hátránya a szinkronizmus komplikáltsága és a szintszabályozás nem automatikus volta. Ha ugyanis a szabályozás kézi úton 0,1 néper fokozatban történik s a fenntartók esetleges figyelmetlenségét is hozzávesszük, akkor a műsorban hangerő-ugrások következhetnek be, ami természetesen kellemetlen. Az új CCIF ajánlásoknak ez a berendezés nem minden tekintetben tesz eleget.

A vivőáramú műsortovábbításnak egy további módja az, hogy tizenkétcsatornás vivőáramú távbeszélőberendezés három szomszédos csatorná-



35. ábra. Magyar postatípusú zeneközvetítő berendezés

ját használjuk fel a zeneátvitelre. Ily berendezések állandójellegű közvetítésekre általában nem használatosak, hanem csak alkalmi célokra, amikor többnyire csak beszédet kell közvetíteni.

7. A zörejszint csökkentése

A különféle zeneközvetítő berendezések ismeretében a legjobb üzemmód megválasztásában fontos szempont, hogy a postai légvezetékek jelenlegi magas zörejszintje mellett is betartsuk a CCIF idevágó ajánlásait minden időjárás esetén. Célszerű megoldásnak látszana az áramkör elején a dinamikát — megfelelő berendezés közbeiktatásával — komprimálni, mondjuk 20 : 1 viszonyra s vételoldalon azt expanderrel ismét helyreállítani az eredeti értékére. Ezáltal magasabb zörejszint volna megengedhető anélkül, hogy az a műsort zavarná és így a CCIF ajánlásai biztosan teljesíthetők volnának még a téli zuzmarás napokon is.

8. Újabb alkalmazási lehetőség

Hazánkban is nagymértékben kiépült a vezetékes rádióhálózat, melynél a mennyiségi szempontok mellett előtérbe kerültek a minőségiek is. Nagyobb gócokba a rádióműsor továbbítására — az előadottak alapján — előnyösebb a vezetékes rendszert alkalmazni. A magyar posta éppen ezért zeneközvetítő berendezések üzembehelyezését tervezi ily célra. A 35. ábrán láthatjuk a kísérleti célra készült zeneközvetítő berendezések egyikét, melyet a posta Átviteltechnikai Vállalata készített. A berendezés elvében megegyező a kétoldalsávos rendszerek tárgyalásánál ismertetettel, csupán részleteiben és modernebb felépítésében tér el.

IRODALOM

Dr. Tarnóczy Tamás: Fizikai hangtan. 1945.

Bajev—Jegorov: Nagytávolságú távközlés alapjai. 1952.

W. Rabanus—S. Rynning—Tönnessen: Rundfunk-, übertragung in Norwegen. Europäischer Fernsprechdienst. 1935. 222 old.

CCIF sárgakönyv (XVI^e Assemblée plénière. Firenze, 1951. III. kötet, 143—164. old. Transmission de la musique). Magyar kiadása: CCIF átvitel híradástechnikai árami körökön, áramkörök fenntartása. III. 1b. 3.1 fejezet. Rádióműsorátvitel 119—140. old. Közlekedés- és Postaügyi Minisztérium kiadványa, 1953.

CCIF sárgakönyv (XV^e Assemblée pléniere. Paris, 1949. IV. kötet, 191—192. old. Psophometre utilisé sur les circuits pour transmissions radiophoniques).

Siemens—Halske: CCIF Weissbuch (Koppenhagen) übersetzt und bearbeitet. 1940. kiadás.

R. Vermeulen: Vervielfachung von Konzerten. Philips Technische Rundschau 1948. 167—175. old.

E. A. Pavel: CCIF-Empfehlungen für neue Rundfunkleitungen hoher Güte. F.T.Z. 1949. 65—68. old.

L. Rohde: Zur Technik des UKW-Rundfunks. F.T.Z. 1950. 286—292. old.

W. Weitbrecht: Über den Einfluss nichtlinearer Verzerrungen auf die Hörbarkeit von Verstimmungen musikalischer Interwalle. F.T.Z. 1950. 336—345. old.

E. A. Pavel: Moderne Rundfunkleitungen nach dem CCIF-Empfehlungen F.T.Z. 1951. 150—157. old.

R. W. Chesnut: Program Transmission over Broadband Carrier Systems. Bell Laboratories Record. 1948. 377—382. old.

H. Werrmann: Trägerfrequente Rundfunkübertragung über Freileitungen. E.T.Z. 1936. 707 old.

W. Klein: Trägerfrequenztechnik, 1949.

Dr. Tomits Iván: Gyengeáramú elektrotechnika (kézirat), 1940.

A. M. Boncs—Brujevics: Az elektroncső fizikai alkalmazásai,

Wireless World 1949. évf. 206. oldalon: Parasitic oscillations.

Könyvszemle

Koczka László: **Távbeszélőkészülékek és gépelemek.** Közlekedési Kiadó. Budapest, 1953. 216. oldal.

A könyv hét fejezetben foglalja össze a szerző régebbi, közkedvelt művének tartalmát, az azóta elért fejlődés figyelembevételével. Az első három fejezet rövid elektroakusztikai bevezetés után részletesen (66 oldalon) tárgyalja a távbeszélőkészülékeket és ezek alkatrészeit. A hazánkban gyártott típusok részletes leírása mellett több külföldi, köztük szovjet típust is ismertet. A következő fejezetekben a telefonközpontok biztosító berendezéseinek, a kézikapcsolású központok alkatrészeinek leírása szerepel. Ezután bőségesen tárgyalja a jelfogókkal kapcsolatos kérdéseket, külön szakaszokat szentelve a jelfogók méretezésének és működési sebességének. Az utolsó fejezet a gépkapcsolású központok kapcsológépeivel foglalkozik.

A könyv elsősorban a postaműszaki dolgozók széles rétegeinek igényét van hivatva kielégíteni. Ennek érdekében a hazánkban még alkalmazásban lévő régebbi típusú berendezéseket is ismerteti, de kiterjed néhány, nálunk nem alkalmazott külföldi gyártmány ismertetésére is. Céljának megfelelően a könyv leíró jellegű, elméleti kérdésekkel és matematikával csak az okvetlen szükséges mértékben foglalkozik. A könyv számos specifikációs adatot tartalmaz, ami használhatóságát fokozza a gyártó szakemberek számára is, akik a könyvből tájékozódhatnak a távbeszélőtechnika rohamos fejlődéséről és idegen gyártmányokról is.

A könyv nyelvezete érthető, világos, amit csak néhány sajtóhiba zavar meg. A szöveg mindanivalóját 316 jól megszerkesztett és szépen megrajzolt ábra egészíti ki, az anyag iránt bővebben érdeklődők részére pedig az egyes fejezetek végén irodalomjegyzék áll rendelkezésre.

Horváth Gyula

Kopcov N. A.: **Elektronika.** Moszkva, 1953. Goszenyergoizdat. 467. oldal. (**Н. А. Конџов: Электроника.**)

E könyv a szerzőnek a rádiófizikusok számára tartott egyetemi előadásait foglalja magában. A könyv írója elsősorban a fizikai folyamatok mély és világos kifejtését tartotta szem előtt, a tárgy műszaki vonatkozásait csak éppen érinti. Elmélyült tárgyalásmódján kívül az a fő érdeme, hogy anyagösszeválogatása teljesen korszerű. A könyv feltételezi a statisztikus fizika és a kvantummechanika ismeretét, bár az egyes jelenségek részletes kvantummechanikai tárgyalásába (a mű kereteire való tekintettel) nem bocsátkozik.

Témafelosztása a következő:

Bevezetés. Termikus és hidegemisszió. Fotoelektromos és szekunderemisszió. Az ionizáció és a gázrészecskék gerjesztése első- és másodfajú rugalmatlan ütközésnél. A gáz térfogati fotoionizációja. Termikus ionizáció és termikus gerjesztés. Egyéb gázionizálási módok. Az elektronok és ionok mozgása finomvákuumban és gázban. Az elektronoptika elemei. A félvezetőkben és a félvezetők, valamint a fém határán fellépő elektronikus jelenségek. Lavinaszerű kisülések. A gázkisülés plazmája. Ívkisülés, szikra- és koronakisülés. Nagyfrekvenciás kisülés. A föld atmoszférájában lejátszódó jelenségek. A gázkisülés sugárzása.

Ragály Miklós

Az érthetőségvizsgálatok magyar szövegmintái

Dr. TARNÓCZY TAMÁS

1. Bevezetés

Az akusztikai rendszerek végső célja mindig akusztikai jelenségek alakhű közvetítése. A rendszer végén majdnem kivétel nélkül minden esetben a hallgató foglal helyet és a hallgató értékelése dönti el valamely rendszer akusztikai jóságát. Az akusztikai átvitel jóságára eddig egyetlen olyan tényezőt sikerült jellemzőül felhasználni, amely az előbbiek szerinti szubjektív ítélettel ellenőrízhető, amellett azonban számszerűen is megfogható és kísérletekkel bármikor reprodukálható. *Ez a jellemző tényező az érthetőség.*

Az érthetőségi vizsgálatok már sok akusztikai kérdésben bizonyultak döntőnek és ezért ez a vizsgálati módszer az utóbbi időben komoly mérési eljárássá fejlődött. Érthetőségi vizsgálattal állapítják meg pl. elektroakusztikus rendszerek (mikrofonok, erősítők, hangszórók) hangátviteli minőségét, előadótermek és hangversenytermek akusztikai jóságát, a hallásromlás, vagy hallásveszteség fokát, stb. Ugyanez a módszer azonban alkalmasnak látszik akusztikai-fonetikai kérdések megoldására is. Így pl. reméljük, hogy a magánhangzók és más rezonanciás hangzók pontosabb formáns-vizsgálatára is alkalmassá tehető. Ebben az irányban még külföldön is kevés a kezdeményezés.

Az érthetőségi vizsgálatok kezdetleges megoldási módja, hogy a vizsgálandó körülmények között összefüggő szöveget, vagy szavakat olvasunk fel, helyesebben játszunk le lemezről, és az ellenőrző személyek írásban lejegyzik a hallottakat. A helyesen visszaadott fonetikai elemek (szótagok, magánhangzók, mássalhangzók) száma az összesen közölt hasonló fonetikai elemek számához viszonyítva adja az érthetőség fokát az illető fonetikai elemek csoportjára. Ez az érték 100-zal szorozva az érthetőség százaléka. Az érthetőségi vizsgálat ezen a kezdetleges fokon azért nem teljesértékű, mert a hallgató a meg nem értett szavakat beállítottságától és készségétől függően kiegészíti és így a valóságosnál sokkal jobb érthetőségi százalékot hoz ki eredményül. Helyesebb tehát értelmetlen szótagokkal végezni a vizsgálatot, amit a hallgató nem tud kiegészíteni. Kérdés már most, hogy hogyan történjék a vizsgálatokhoz szükséges értelmetlen szótagok, a *»logatomok«* megszerkesztése. Természetesen a nyelvi szempontok figyelembevételével, azaz a nyelvi valóságos hangzókapcsolatoknak megfelelően.

A továbbiakban meg szeretnénk vizsgálni, mennyiben érvényesíthető ez az elv érthetőségi szövegminták elkészítésében.

A nyelv jelrendszer, megállapodásszerű jelek (hangzókapcsolatok, helyesebben fonémkapcsolatok) összessége. A beszédképesség ad módot arra, hogy ezeket az emlékkép-jeleket akusztikus megfelelőikkel (beszédhangok) helyettesítsük. Valamely nyelv magánhangzóinak és mássalhangzóinak összességét nevezhetjük a nyelv teljes hangzókészletének. A hangzó tehát a nyelv kategóriájában megfelel a beszédhangnak a beszéd kategóriájában. A beszédhangok bárhogyan kapcsolódhatnak egymással, ez azonban nem feltétlenül eredményez értelmes szavakat, vagy éppen értelmes szöveget. A nyelv a lehetséges hangzókapcsolatokból csak bizonyos alakzatokat választ ki céljaira, azaz értelmes szavak létesítésére.

Érthetőségi vizsgálatoknak mindig csak valamely nyelv keretén belül van létjogosultságuk. A szövegmintáknak tehát az illető nyelv szavaihoz és szótagjaihoz kell hasonlítaniuk anélkül, hogy a nyelvben jelentéssel bírnának. A kívánalom elég kényes, mert a nyelv keretén belül maradás feltétele látszólag ellentétes azzal a követelménnyel, hogy jelentés nélküli hangzókapcsolatokat használjunk fel vizsgálatainkhoz. Az ilyen ellenvetés azonban nem állja meg a helyét, mert a szavak szótagokra bontása is jelentés nélküli hangzókapcsolatokat eredményez, mégsem léptünk ki a nyelv keretéből. Pl. az *ence* hangzókapcsolat helyesen használható fel magyar nyelvi érthetőségi vizsgálatokhoz, mert többek közt a *rendszer, henceg, Velence,* stb. szavakban szerepel. A szövegminták összeállításához éppen ezeknek a magyar nyelvre jellemző hangzókapcsolatoknak a megismerése szükséges.

Céljainkra azonban a hangzókapcsolatok puszta létezésén kívül előfordulási gyakoriságukat is ismernünk kell. Sőt elsősorban a hangzókapcsolatok statisztikai eloszlására kell ügyelnünk, mert érthetőség szempontjából lényeges különbség mutatkozik a sokszor hallott és a ritkán hallott hangzókapcsolatok között. Ismert dolog pl., hogy a magyarban magánhangzó után van *ndzsd* hangzókapcsolat *(rontsd, bontsd, mentsd,* stb.), ezzel szemben használata igen ritka. A ritkán előforduló hangzókapcsolatok éppen a ritka előfordulás miatt valószínűleg kevéssé érthetők. Helytelen volna tehát ilyennekkel teletűzdelni érthetőségi szövegmintánkat, mert fölöslegesen ronthatnánk vele az érthetőség fokát. Tehát az *ndzsd* hangzókapcsolatot csak olyan mértékben fogjuk a szövegmintákban más hangzókapcsolatok mellett alkalmazni, amilyen százalékban a nyelv más hangzókapcsolatok mellett szavak alkotására felhasználja.

Nem kívánunk itt annak taglalásába mélyedni, hogy a hangzókapcsolatok gyakorisága és az érthetőség foka között kétségkívül meglevő kapcsolat milyen oki-okozati összefüggésből származik. Elegendő talán annyit megjegyeznünk, hogy a sokszor előforduló hangzókapcsolatokat a nyelvi közösség tagjai annyira megszokták és olyan természetesnek találják, hogy megértésük valószínűleg kisebb nehézséggel jár, mint a ritkán előforduló, tehát szokatlan hangzókapcsolatoké. Ugyanakkor azonban nagyon valószínű, hogy pl. a magyar nyelv fejlődése folyamán azokat a kapcsolatokat részesítette előnyben, amelyek hangképzés és megértés szempontjából a kisebb nehézséget jelentették. De még az sem fontos, hogy megvan-e a pontos összefüggés egy nyelvben a hangzókapcsolatok gyakorisága és az érthetőség foka között, a lényeges csak az, hogy az érthetőségi szövegminták pontosan megfeleljenek az illető nyelv hangzókapcsolati statisztikájának. Ilyen módon a különböző nyelvek érthetőségi szövegmintái lényegesen el fognak térni egymástól és lehetséges, hogy az azonos körülmények közt különféle nyelvekkel végzett vizsgálatok azt fogják eredményezni, hogy egyik nyelv érthetőbb, másik pedig kevésbbé érthető, mint ahogy azt nagy valószínűséggel el is várhatjuk. Ilyen vizsgálatokat azonban még nem végeztek. Az érthetőségi szövegmintáknak nyelvi statisztika alapján való összeállítása tudomásunk szerint új gondolat, az irodalomban legalább is nem találtunk erre vonatkozó utalást.

Az érthetőségi vizsgálatok bevezetése és az első jól használható szövegminták elkészítése *Fletcher* (7) és iskolája érdeme. Szövegmintáik az angol nyelvre vonatkoznak. Gyakrabban előforduló szavakkal és szótagokkal kísérleteztek, de nem végeztek előzetes nyelvi statisztikát. Ma már odáig jutottak, hogy a legérthetőbb angol szavakból szótárt is szerkesztettek, amit állandó nagy zajban (repülőgépben, harckocsiban) mikrofonba mondott szövegek összeállításához szabványosítottak. A szótár ugyan érthetőségi vizsgálatok alapján készült, de a vizsgálat alapját maguk a szavak alkották, nem pedig nyelvi statisztika alapján összeállított logatomok, ezért a szótár nem teljes értékű.

2. A statisztika

A szövegmintákhoz felhasznált statisztikai adatok összegyűjtésének szempontjai nem alakultak ki a munka kezdetén, ezért a statisztikázás sokkal bővebb terv szerint indult, mint azt a végső felhasználás megkövetelte. A teljes anyagban 5—6000 munkaóra fekszik és az adatok más szempontok szerinti feldolgozása még folyik. Viszont felhasználtuk régebbi statisztikák egyes adatait is, különösen ott, ahol az összehasonlítás egyben ellenőrzésül is szolgálhatott.

Az összeállítás gerincét a *szerző* (1) költői nyelvre és *Vértes Edit* (2) prózai nyelvre végzett statisztikája szolgáltatja, amihez mint régebbi adatokat, *Tolnai Vilmos* (3), *Mikes Ferenc* (4), *Nemes Tihamér* (5) és a *szerző* (6) hangzóstatisztikáit is figyelembe vettük. Az utóbbiak csak a magyar beszéd hangzóeloszlására tartalmaznak adatokat. Az első kettő a szótagtípusok, a szótagszám és a hangzókapcsolatok statisztikáját is szolgáltatja. A munka során derült ki, hogy minden szempont pontos figyelembevétele a szövegminták összeállítását csaknem lehetetlenné tenné, azért csak a három alapvető szempontot érvényesítettük (hangzóeloszlás, szótagszám, szótagtípus), míg a legnehezebben megfogható hangzókapcsolati kérdésből csak a kizárási elveket és a hasonulás szigorú megtartását vittük keresztül. Az alábbiakban a statisztikáknak is csak ezeket az adatait tárgyaljuk részletesebben.

I. A szerző által vizsgált szöveg feldolgozása hangzók és nem betűk alapján történt, tehát az ejtés és nem az írás volt a mérvadó. Hangzóink jelölésére az alábbi betűszimbolumokat használjuk:

1. magánhangzók: *u, o, ó, a, á, e, é, i, ö, ő, ü*
2. orrhangzók: *m, n, ny*
3. folyékonyak: *l, r*
4. zárhangok: *p, t, k, b, d, g*
5. réshangok: *f, sz, s, v, z, zs, j, h*
6. affrikáták: *c, cs, ty, dz, dzs, gy.*

Ehhez az összeállításhoz a következő megjegyzéseket kell fűznünk:

1. A magánhangzók közül nem jelöltük és nem is tárgyaljuk külön az *ú, í, ű* hangzókat. Erre okul hozhatjuk fel, hogy ezeknél a hangzóknál a hosszú-rövid ellentét a kiejtésben nem egységes (pl. *pupos-púpos, fuj-fúj)*, a hangjelölés nem egyértelmű a beszédhanggal (pl. *kezű*, kiejtve: *kezü)*, végül hogy az akadémiai és a nyomdai helyesírás nem mindig egyezik (pl. a nyomtatott hosszú I, amelyre nem kerül vessző).

Az *o—ó* és *ö—ő* ellentét aránylag a legjobban vizsgálható az azonos formánsú hosszú-rövid magánhangzópárok közül. Erre készítettünk is külön statisztikát, de az érthetőségi vizsgálatok azt mutatják, hogy az időtartam-ellentét lényegtelen szerepet játszik a megértésben a minőségi ellentétekkel szemben.

2. A nazálisok csoportjában nem említjük külön az *n—k* és *n—g*, továbbá az *n—f, n—v, m—f* és *m—v* kapcsolatban nyelvünkben változatként szereplő orrhangzókat.

A 3—5. pontokkal kapcsolatban nincs lényeges megjegyzésünk.

6. Az affrikátákat a fonetikusok közt jelenleg legelfogadottabb nézet szerint egyes hangzóknak fogtuk fel, anélkül azonban, hogy ebben a kérdésben állást foglalnánk.

A statisztika elkészítésének alapja a rendelkezésre álló szöveg fonetikai átértékelése. Gyakorlatilag ez annyit jelent, hogy figyelembe kell vennünk a kiejtéskor mutatkozó hangváltozási szabályokat.

Az alábbiakban célunknak legjobban megfelelő csoportosításban röviden felsoroljuk a statisztikázás során figyelembevett, ill. mellőzött gyakoribb hangváltozásokat.

a) *Zöngésségi hasonulás.* A zöngés zöngétlen ellentét (pl.: *b—p, g—k, v—f, z—sz,* stb.) a magyarban ismert hasonulási jelenséget okoz. Pl.: *lapda* kiejtve: *labda, kézhát* kiejtve: *készhát, lécbe* kiejtve: *lédzbe*, stb. Részletezésébe itt nem mélyedhetünk (l. irodalom 1.), a statisztikázásban általában figyelembe vettük. Részleges kivételt csak a *t* és *d* képezett, amely az affrikátaképzésben is szerepet kap. A *gy—zs, gy—s* kapcsolatokat nem a kiejtés, hanem az írás szerint vettük figyelembe.

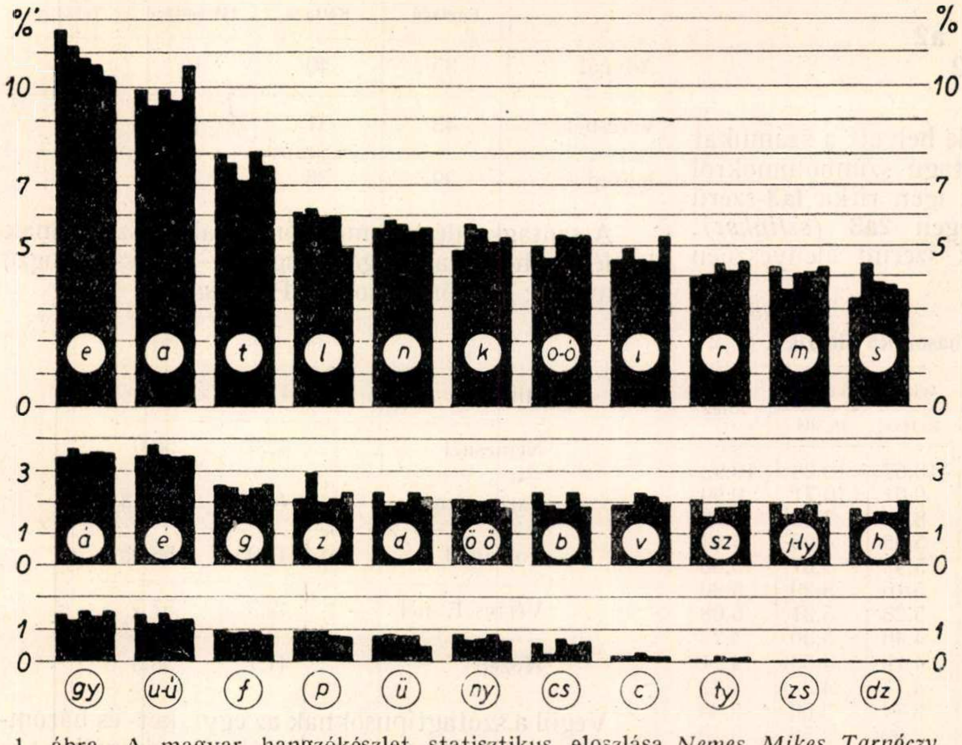
b) *Nazális hasonulás.* Az *n—p, n—b* és *n—m* kapcsolatban az *n* helyett *m*-et számoltunk.

c) *Összeolvadás.* Olyan hasonulás, ahol két egymásmellé került mássalhangzó közös, esetleg harmadik hangzóvá olvad össze. Pl.: *atyja* kiejtve: *attya, vonja* kiejtve: *vonnya, ötször* kiejtve: *öccör*, stb. Minden esetben figyelembe vettük.

d) *Vokálisközi j-sítés.* Kettős és hármas magánhangzókapcsolatok között a kiejtésben keletkező *j*-szerű hang. Nem számítottuk hozzá a *j* adataihoz.

e) *Hangkivetés.* Mássalhangzótorlódáskor egyik mássalhangzó kihagyása. A szóvégi és a magán- és mássalhangzó közötti *h*-t a kiejtés szerint elhagytuk.

f) *Hosszú mássalhangzók.* A hosszú és ikerített mássalhangzókra vonatkozóan ugyanazt mondhatjuk, amit egyes hosszú magánhangzókról mondtunk. Az időtartamellentét az érthetőségi vizsgálatokban nem játszik szerepet, tehát nem látszik fontosnak a feldolgozása. Mivel azonban ugyanez az ellentét nyelvileg jelentéselhatároló, külön számlálást végeztünk a rövid-hosszú arányok megállapítására. Ebből a statisztikából ismét az vált nyilvánvalóvá, hogy a rövid-hosszú ejtés nem egységes és nem egyértelmű az írásjelöléssel (pl. *álltam* és *váltam* egyaránt rövid ejtésű), valamint az is, hogy néhány mássalhangzó kivételével ritkán fordul elő a hosszú, vagy az ikerített alak.



1. ábra. A magyar hangzókészlet statisztikus eloszlása *Nemes, Mikes, Tarnóczy, Tolnai* és *Vértes E.* adatai alapján.

A hangváltozásokat mindig csak egy szón belül vettük figyelembe. A gyors egymásutánban ejtett szavak első és utolsó hangja ugyan szintén hangváltozást szenvedhet, de a szövegmondás sebessége és a szócsoportok összevonása teljesen egyéni. Ezért az egész anyagot úgy tekintettük, mintha nyugodtan, szinte szavalva olvastuk volna fel, de a szavakon belül mindenütt a közejtést vettük irányadónak.

A magyar hangzóeloszlási statisztikák nem mind a fenti elvek alapján készültek. *Tolnai* adatai a legkorábbiak. Jól válogatott szövegből 25 000 hangzóra végzett számolást. A zöngésségi hasonulást nem vette tekintetbe, különben hangzóstatisztika. Sorrendben utánna *Nemes* számolása következik, sajnos csak 12 000 adatból és ismeretlen statisztikázási elvekkel. Érdeme, hogy már 1934-ben említést tesz az érthetőségi szövegmintáknak a hangzóstatisztikai megalapozásáról. A szótaghosszúság és a szótagtípusok vizsgálatának fontosságát azonban ő sem látja. *Mikes* nagy adatmennyiségből (239 000) végzett statisztikája betűstatisztika és szövegei kereskedelmi, nem pedig irodalmi szövegek. A két utóbbi statisztika az átlagtól több helyen eltérést tartalmaz. A *szerző* hangzóstatisztikája 33 000 adatból *Ady* költeményeiből készült. *Vértes Edit Veres Péter* egy novelláskötetéből 15 000 adatot dolgozott föl. Az öt statisztika adatai számszerűen az I. táblázatban, grafikusan az 1. ábrán láthatók. Az adatok elégségesek ahhoz, hogy a magyar nyelvre végre hangzóstatisztikai átlagot állapíthassunk meg.

II. A régebbi statisztikázók egyáltalán nem gondoltak a szótagkérdés fontosságára, pedig a hangzóstatisztika csak a szótagstatisztikával együtt alkalmas az érthetőségi szövegminták megalkotására. Ez az alábbiakból válik nyilvánvalóvá.

Ha a magyar hangzókészletet 11 magánhangzóra és 25 mássalhangzóra (1. előbbi felsorolásunkat) korlátozzuk, a magyar nyelvben közepes hosszúságú öt hangzóból álló szó elvileg 36^5, tehát kb. 61 millió ötelemű hangzókapcsolat formájában jelentkezhetne. Semmi más, csak a nyelvi statisztika mutathatja meg, hogy ezek közül melyek nem fordulnak elő egyáltalán a nyelvben, melyek csak ritkán és melyek gyakrabban. A kizárási elvek felállítása tulajdonképpen primitív statisztika alapján készül. Az előbbi példához kapcsolódva vizsgáljuk meg az öthangzós szavak (szóosztály) lehetséges formáit. Ha a magánhangzókat általában **a**-val, a mássalhangzókat **b**-vel jelöljük, a lehetséges 32 kapcsolódás közül a következő 14 alak biztosan ki van zárva a magyar nyelvből:

a a a a a	**a a a a b**	**b b b b a**	**a a a b b**
b b b b b	**a a a b a**	**b b b a b**	**b b a a a**
	a a b a a	**a b b b b**	**b b b a a**
	a b a a a		**a a b b b**
	b a a a a		

Nem magyar, de gyakrabban használt idegen szavakban szerepel a következő négy:

b b a b b *(sport)*
b b a a b *(triász)*
a a b b a *(aorta)*
a a b a b *(oázis)*

Végül magyar szavakat alkothat az alábbi tizennégy:

a b b b a	*(értve)*	**b a b a a**	*(falai)*
a b a b a	*(elemi)*	**b a a b a**	*(leíró)*
a b a a b	*(aláír)*	**b a a b b**	*(miért)*
a b b a a	*(emlői)*	**b a b b a**	*(balra)*

abbab *(átfér)* **babab** *(kirak)*
ababb *(élénk)* **bbaba** *(tréfa)*
babbb *(pénzt)* **baaab** *(fiaim)*

Az öthangzós szóosztály egyben tartalmazza a legtöbb magyar szótagtípust, csak szótagokra kell bontani az egyes szavakat. Ezek:

a, ba, ab, bba, bab, abb, babb

Vegyük ezekhez a már említett **bbabb** és a szintén főként idegen szavakban szereplő **bbab** *(gróf)* szótagot, akkor *Menzerath* (8) alapján az alábbi szótagnégyszöget állíthatjuk össze:

a
la al
2a lal a2
2al la2
2a2

ahol most a mássalhangzók jele helyett a számukat írtuk ki, hiszen úgyis egyszótagú szimbolumokról van szó. Nem szerepel itt az igen ritka **la3**-szerű *(pénzt)* szótag, meg az idegen **2a3** *(szfinksz)*. Ezek százaléka a számolások szerint elenyészően csekély.

I. táblázat

A magyar nyelv hangzóinak összehasonlító eloszlása (%).

Adat	Nemes	Mikes	Tarnócy	Tolnai	Vértes	Átlag
	12,000	238,779	33,218	25,000	15,398	
e	11,7	11,21	10,8	10,67	10,28	10,93
a	9,9	9,37	9,9	9,61	10,71	9,90
t	8,0	7,70	7,15	8,04	7,62	7,70
l	6,1	6,27	5,9	5,95	4,98	5,84
n	5,6	5,81	5,75	5,49	5,67	5,66
k	4,8	5,73	5,55	5,16	5,29	5,30
o—o	5,0	4,61	5,3	5,28	5,31	5,08
i	4,5	4,91	4,5	4,46	5,30	4,73
r	3,95	4,03	4,4	4,19	4,50	4,21
m	4,35	3,69	4,1	4,17	4,3	4,12
s	3,35	4,41	3,8	3,77	3,66	3,80
á	3,4	3,70	3,5	3,60	3,58	3,56
é	3,45	3,84	3,5	3,47	3,48	3,55
g	2,6	2,52	2,25	2,50	2,68	2,51
z	2,15	2,93	2,0	2,17	2,38	2,32
d	2,3	1,89	2,0	2,30	2,18	2,13
ö—ő	2,1	2,15	2,05	2,10	1,89	2,06
b	2,35	1,95	1,8	2,34	1,89	2,06
v	1,9	1,93	2,3	2,20	1,97	2,06
sz	2,1	1,64	1,85	1,84	2,05	1,90
j—ly	1,9	1,64	1,8	1,51	1,90	1,75
h	1,8	1,57	1,7	1,69	2,05	1,76
gy	1,5	1,35	1,65	1,42	1,61	1,50
u—ú	1,4	1,19	1,5	1,26	1,30	1,33
f	1,0	0,87	0,9	0,97	0,85	0,96
p	0,9	0,94	0,9	0,79	0,70	0,84
ü—ű	0,8	0,86	0,8	0,8	0,49	0,75
ny	0,8	0,68	0,7	0,87	0,69	0,74
cs	0,6	0,28	0,7	0,59	0,66	0,56
c	0,2	0,23	0,3	0,19	0,18	0,22
ty	0,05	0,00	0,2	0,12	0,14	0,10
zs	0,05	0,02	0,1	0,06	0,10	0,06
dz	—	0,00	—	0,02	—	0,00
Összesen	100,6	99,93	99,65	99,98	100,00	99,99

Mielőtt a szótagtípusok gyakoriságát taglalnánk, a *szerző* és *Vértes Edit* statisztikáiból az átlagos szóhosszúság és szótageloszlás adatait idézzük. Az egy hangból álló szavak *(a, ő, ó, s)* az összes adat 2%-át teszik ki. Ezek nélkül az átlagos szóhosszúság 5 hangzó és 2 szótag. Részletesen az átlagos szóhosszúság:

	Egytagúak nélkül		Egytagúakkal együtt	
	hangzó	szótag	hangzó	szótag
Adynál	5,06	2,05	4,62	1,98
Veresnél	4,95	2,04	4,60	1,95
Közép	5,01	2,05	4,61	1,97

Nagyobb eltérés mutatkozik a különféle szótagszámú szavak gyakoriságában a vers és a próza között, éspedig:

	Egytagú	Kéttagú	Háromtagú	Többtagú
Adynál	35	40	18	7
Veresnél	43	31	17	10
Közép	39	36	17	8

A szótagkérdéshez még fontosnak látszik annak közlése, hogy a magánhangzó — mássalhangzó arány 42 : 58 körül mozog. Pontosan

	Magánh.	Mássalh.
Mikesnél	41,8	58,2
Nemesnél	42,0	58,0
Tarnóczynál	41,25	58,75
Tolnainál	41,05	58,95
Vértes E.-nél	42,3	57,7
Közép	41,7	58,3

Végül a szótagtípusoknak az egy-, két- és háromszótagú szavakban való eloszlását vizsgáljuk a szótag előfordulási helye szerint. Ez azért fontos, mert első helyen másfajta szótagtípus uralkodó, mint második helyen, az egytagú szavak más szótagtípus eloszlásúak, mint a háromtagúak, stb. *Ady*ból 7462, *Veres*ből 4176 szótagot vizsgáltunk meg ebből a szempontból. Az eredményt a II. táblázatban és a 2. ábrán közöljük. A táblázatban külön adtuk meg az adatokat *Ady*ra és *Veres*re, az ábrán az összesítés eredménye látható.

III. A hangzókapcsolatok részleteinek figyelembevétele többszörösen meghaladja azokat a követelményeket, amiket a szövegminták megszerkesztésével kapcsolatban tehetünk. Mindössze annyit érdemes megjegyezni, hogy két egymásmellé került magánhangzó az összes magánhangzó számához viszonyítva 1,0%, míg három egymásmellé került mássalhangzó az összes mássalhangzó számához viszonyítva 0,45%-ban fordul elő. A magánhangzó és mássalhangzótorlódás tehát a szövegmintákban is ilyen százalékban szerepelhet.

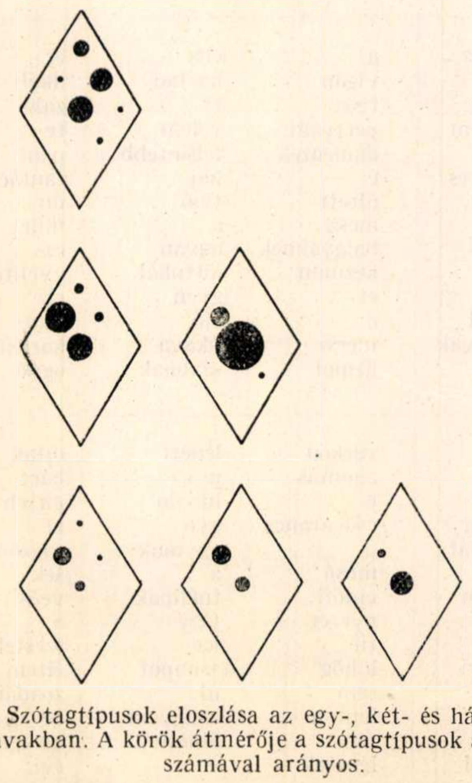
Érdekes továbbá, hogy milyen kevés a hosszan ejtett (kettőzött) mássalhangzó. A nagy arányszámokat majdnem kivétel nélkül azoknál a hangzóknál találjuk, amelyek maguk kis abszolút számban fordulnak elő. Jól látható ez a III. táblázatból. Egyéb különleges szempont nem merülhet

Szótagtípus-eloszlás *Ady Endrénél* **10 000 szótagra vonatkoztatva** *II/a. táblázat*

Szótagtípus		a	1a	2a	a1	1a1	2a1	a2	1a2	Összesen
Egyszótagú		363	157	1	468	606	3	9	178	1785
Kétszótagú	1	234	808	10	232	680	4	4	28	2000
	2	4	435	1	23	1376	—	7	154	2000
Háromszótagú	1	116	463	4	99	23	6	—	3	914
	2	24	504	—	24	351	1	—	10	914
	3	22	203	—	22	600	—	1	66	914
Többszótagú		73	683	1	80	598	1	4	33	1 473
Összesen		836	3253	17	948	4434	15	25	472	10 000

Szótagtípus-eloszlás *Veres Péternél* **10 000 szótagra vonatkoztatva** *II/b. táblázat*

Szótagtípus		a	1a	2a	a1	1a1	2a1	a2	1a2	Összesen
Egyszótagú		433	189	—	669	669	3	33	204	2200
Kétszótagú	1	194	638	5	198	518	—	26	21	1600
	2	—	513	—	17	960	—	2	108	1600
Háromszótagú	1	96	374	5	108	222	5	7	3	820
	2	14	439	—	20	342	—	—	5	820
	3	2	210	—	—	577	—	—	31	820
Többszótagú		108	1045	—	88	860	3	5	31	2140
Összesen		847	3408	10	1100	4148	11	73	403	10000



2. ábra. Szótagtípusok eloszlása az egy-, két- és háromszótagú szavakban. A körök átmérője a szótagtípusok abszolút számával arányos.

föl, mert a szótagtípusok összeállításával az abszurd alakokat kirekesztjük. Különleges esetek úgyis olyan kis számban kerülhetnek elő, hogy az átlageredményt nem változtatják meg.

3. A szövegminták összeállítási szempontjai

Az angol érthetőségi szövegmintákat azért kellett főként érthető szavakból összeállítani, mert az írás és kiejtés között nincs szigorú korreláció. Egyébként a nagyszámú diftongus ejtése nem teljesen egységes. Várható, hogy az érthetőség erős esést mutasson az értelmes szövegről értelmetlen szótagokra való áttéréskor. A francia kezdeményezésű CCIF javaslata a logatomképzésre egyáltalán nem alkalmazható angol nyelvterületen, de német és francia nyelvterületen sincs sok értelme, hiszen az *ö* és *ü* hiányzik a kombinációkból. Valószínűleg kizárja a statisztikai lehetőség a franciát, de biztosan kizárja a magyart az ilyenfajta kombinációk alkalmazásából:

SL	A	ST
SR	E	RS
ST	I	ST
TR	O	FT
VL	U	NG

I.	Kám	aparhu	ott	a	peme	berkél	holnégy	met
	étkett	uga	hönt	rimis	mak	sát	tak	ürökérj
	ráflátma	itt	elfondér	tét	suntold	orköll	kesanam	ól
	ó	szebbadász	e	vafőmáv	ek	men	len	szalény
	tyacag	ni	szogaz	koltel	rókám	zala	egyszen	ön
	naksend	atken	im	teátbak	taslacs	ürvill	am	tisiggy
	én	kezilép	márfodöggy	zese	eb	na	a	kel
	terbengy	áhi	esi	né	nyelvér	gesző	ere	makartél
	om	en	halbics	teüzel	gyet	tezsd	vajsem	nem
	ilgojdás	jafuig	an	ibé	kattlagzi	a	moltábris	neütké
	a	körész	totten	agoport	ván	tás	ó	mérken
	gyengék	ek	márzékvi	evé	nenyil	etői	gyám	al
	rong	mezeker	jubog	el	di	hajófal	bakalos	hangsúj
	ő	a	dalt	dacstej	tezos	tom	veön	térnel

II.	Szeármi	öntes	neany	ik	tend	élőám	tánzett	áza
	tám	fam	keverlen	lokat	zamjós	avi	taflesik	robiz
	fecskesz	velgetés	kall	vam	kam	kisznik	a	réna
	a	át	ék	kösej	sang	e	itt	kó
	hatvett	gyolkisz	göma	kez	gakfagy	ili	em	üdeje
	bum	ő	ispánort	bá	máz	tatagyen	gerseng	lultar
	gyerken	gohat	er	máelni	lesreg	a	éla	aggyá
	ki	átuva	dohát	ét	rás	sörét	dann	ej
	hanya	mák	én	resztett	dezeskim	o	at	kellelveny
	elsereng	csepeldény	kab	béhégy	gakfaggy	an	losgyabón	narancs
	mun	só	om	im	tev	hijtal	jóere	al
	dőszér	foggyak	büszhét	bén	an	a	ászü	törut
	betollper	éjlatt	toltélos	fekenlád	veselzik	ronty	upái	gokoksim
	üt	banc	kongba	oldás	élzsen	telgerem	ó	radoj

III.	Tarájnát	feon	leétrett	házlok	ji	kundog	dömp	amoston
	gencs	gáltal	hémen	e	isikján	ve	hez	osa
	ep	bágyattkal	ut	fákusmell	geskend	leomalt	amszaér	mer
	pegyü	gyóntak	lástol	szé	razsd	hezg	sové	saktam
	zerkere	es	befilink	bizös	át	rotol	gyektell	éc
	a	ő	bem	sat	makát	vel	en	ötomres
	nyes	dirga	arsem	elvel	boközrág	állvafon	lattrányi	oja
	jehenn	küttvédő	a	im	ek	e	pél	ó
	kornyühó	én	lasodob	alrim	eszőtlen	kacsrom	ága	tunrán
	ti	nedol	attya	eb	a	hus	a	am
	ladból	gat	et	a	bedan	kaván	gyáöltem	zecsőé
	szat	virsaju	éjtön	zarglég	zék	el	hátat	lamak
	kosztolsz	aszi	mékisin	gyit	nyeri	tefén	béf	tek
	aj	nam	eze	tese	viterül	in	kemgyét	isnak

IV.	Bás	jekó	landgat	nodön	kérmes	a	eha	ér
	szikéreng	mégett	zseb	jez	jik	vigan	kartad	ilkelt
	is	nyak	elcsendül	gezren	erkem	tiszt	er	zalai
	hamar	gyotárgy	ő	a	nyeltem	pertyám	vélem	te
	jong	ki	em	óha	a	damentek	felsintebb	pánt
	kában	fode	ágosi	hiandal	metnyes	e	haj	tantácston
	igali	retisön	zeb	éve	tiejtés	űltett	tihő	do
	áll	cak	deoron	tegből	áhó	mész	a	fünet
	pedlőtt	gyuom	o	ar	semles	balgyaknék	agvan	ez
	rasz	un	tásinal	vazmas	hi	kézmün	löttukál	gyefite
	e	rögál	íz	kog	éliké	et	gyen	el
	tuból	san	zab	pászkar	miváll	o	éjó	sem
	almaktincs	vértes	fudarény	sató	sajtorvak	mersz	ukava	karlentel
	ön	söráós	esz	om	ak	azmot	szabnak	ogyó

V.	Délreki	harang	rut	a	zso	varkön	lenett	ojtak
	bar	ázaka	todám	eme	tesén	agontas	nyuz	hart
	séje	an	ősz	kond	íj	e	hüván	girseb
	zem	iti	vétényék	ibáli	hartán	csővarancs	gyö	et
	kálák	nyándig	szamó	el	háemját	ó	agymok	ragzön
	se	ás	os	vagzön	el	mosó	a	sek
	lesötalt	szepes	zelktem	larg	rattam	ejdőfi	tuállnak	veős
	tek	egy	rogyéitt	begrétykán	túl	nyeret	fégy	a
	sendesz	lembig	ip	ő	ori	tif	ice	szestelzel
	féltiver	e	écse	omlatt	sogaszi	lükög	szimpot	éltem
	a	inged	belnyem	lendenkett	a	sem	ul	zoádán
	táms	set	kasz	em	laba	lanton	zangyom	be
	kellek	jakérak	pormát	zaktesjel	bat	tab	űlhetnék	atozgon
	dutai	am	óv	bik	fukirol	lénzörk	ón	évi

VI.	San	hír	engal	pang	át	vajgat	gyeres	ad
	ácsa	al	korlintom	ládában	déma	tarsósdit	hen	volos
	űl	gyema	fé	üsá	labb	mett	kagzaj	szináli
	vergáz	pört	kérlek	sekei	turongy	miaz	etire	ká
	negelem	vigyen	aráthoz	om	bégecsin	kélejtez	lenker	szög
	rab	at	zab	gyüpent	a	itődi	a	hajtván
	szemét	riágzal	maskat	a	ízlel	a	suajmos	ő
	se	ágya	salkint	tómon	zsöd	sík	envitt	engem
	hevek	öl	hárnak	vért	a	mosnak	tén	ed
	bal	röszhaj	ok	etyüki	leikol	eb	törléslesz	nivepált
	értélben	takumu	fénylem	ez	ét	jukal	ő	nyomás
	emo	egy	be	nekjel	fete	e	latmonygat	on
	et	oszó	dóba	matt	teszedért	hanc	nyákos	szánkit
	ingek	o	ottó	féldes	mek	karton	arfontos	macs

VII.	Vérzőhaj	torféj	vignek	lakamáz	tagártam	a	tez	ém
	vez	a	ok	sielő	hanc	jemelten	duhé	barnyája
	apu	éslenn	ilnos	ihi	tűrés	zsem	hajtmos	nespört
	ig	ad	tó	zet	at	ka	la	af
	szőtte	betes	nyelzős	ászortam	káviszunk	gyaim	kancs	embill
	mag	teásteg	o	égyi	genlek	vét	másztam	ézdéi
	bógán cs	dere	kiejten	rendek	ott	lédéből	ik	hen
	a	őr	lak	ab	kelbódi	netál	hindofű	vélgyitt
	lang	jölan	haterség	urikszom	ugyó	a	dajá	ő
	elfér	ren	ek	ritat	kuk	mostüzem	ás	romban
	lovait	sokres	pond	őt	gyekszel	bet	üzmáfa	éke
	tya	ósárgal	bacsat	leganyos	mek	szétes	geltesz	pakosrangy
	dajá	a	e	etran	kalmen	e	din	el
	am	naron	téz	kem	okánytól	nelát	gyámvas	ili

VIII.	Leknyen	embik	ekrentel	os	bajtal	tányérom	ara	nigyütt
	a	nat	savó	szakjál	ag	ón	teátkér	vet
	halleszi	égeit	nid	legy	amján	sevár	af	éviné
	ebő	ól	margyos	gárnak	gombosnát	kurg	desröl	se
	im	ekcsen	en	ték	eb	ágyesi	ják	mötet
	egyleg	szer	tinit	a	rőcsa	miaz	vamóza	fek
	etője.	hugivát	zatói	dülhér	tor	an	e	dézgény
	vé	létik	szé	eb	lendrek	rigett	apa	hor
	sapal	ül	lekszelt	hieksem	a	a	guszt	domtalzom
	gatokamp	arkámber	atykez	goltal	uli!	bontásján	homlokvánd	egyo
	honc	dis	at	den	gyat	ám	fi	ö
	szernyel	véltem	renek	hajsasztam	safrancs	bémel	jadik	teréntut
	samb	e	őz	a	nis	kottulok	lozs	z ipsét
	neörül	nakó	felannál	lókő	éte	meröl	as	ém

IX.	E	tejfön	kühefengy	zak	kekring	legy	beg	semragmok
	ludám	ez	am	iszapé!	él	mére	bajton	éndek
	erebe	szétbont	renyám	ott	bilmség	vagyész	av	a
	kialvás	tekalatt	korv	suka	dörb	e	kajnál	avá
	el	lá	raházlon	áhója	a	lara	viátron	arsabb
	verek	maret	egy	köcs	liakát	biks	az	ig
	hunc	szél	romlott	ek	let	medet	kengét	matlen
	tuzókin	tivétős	fös	sitbem	eme	en	agu	enni
	ti	szilas	eggye	potlaktol	aj	zacsond	áraid	tan
	tán	ej	ő	én	csagol	feltömköny	ó	talgyospor
	gyertyán	tógtam	amzát	efszim	nyez	tal	hiva	jektem
	a	nak	zöngénlőtt	nef	jeherezsd	szélek	dog	ma
	elsiklás	teas	inges	ata	a	a	tasnoz	sizém
	pes	nerui	restan	ülholdon	horag	dábeki	em	szu

X.	Ecse	nyi	naskám	lekfenn	avéné	hiába	emicső	néjó
	fa	tevibe	reng	ik	tém	a	lat	egy
	nikozák	mül	eggyé	neből	setnes	szit	tidölt	rongyam
	ráhó	nabe	a	inu	e	fias	zingárkor	e
	aj	át	szosztád	poémzett	fereit	gyalsz	rőt	matad
	tagar	érted	ó	em	ető	veszipel	léden	evéstenk
	rüsk	lomjadár	jan	ogylak	momelk	ji	in	tird
	lenglág	vol	matronn	emlékszem	ej	hezön	deksét	zulcsug
	ar	senkem	sósbarnán	sen	határ	zel	hálástok	ek
	eszletkös	el	esz	godlos	bagalvás	zet	rem	ené
	a	képnyát	bozsirok	ö	abdon	nyato	izget	nyigvék
	jómat	ket	a	muskátnál	ak	ruattharc	at	somkai
	aty	forukon	lajtos	men	aszoggya	rez	elget	ed
	kütal	bam	a	eme	gyi	vanül	laszaték	pitvall

III. táblázat

Hosszan ejtett mássalhangzók arányai

Hangzó	Százalékos arány	A hangzó előfordulási aránya (%)
ty	43	0,10
gy	33	1,50
dz	31	0,02
t	22	7,70
c	19	0,22
ny	14	0,74
sz	11	1,90
b	9	2,06
z	7	2,32
l	6	5,84
j	5,6	1,75
s	5,3	3,80
n	2,6	5,66
cs	2,6	0,56
d	2,2	2,13
r	2,0	4,21
m	1,6	4,12

Néhány ezer ilyet lehetne felsorolni a CCIF kombinációk közül, hiszen a híres második sorozat 2205 kombinációjának minden tagja két mássalhangzóval kezdődik. Statisztikáink szerint az ilyen szavak aránya a magyarban 2—3 ezrelék. Pontosabban:

	Szókezdő		
	a	b	bb
Adynál	20,2	79,6	0,2
Veresnél	18,3	81,4	0,3
Közép	19,2	80,5	0,3

Magánhangzós kezdetet pedig egyáltalán nem ajánl a CCIF a két sorozatban, ahol összesen 4305 kombináció lehetséges. Nézzük ezzel szemben a saját szövegmintáink felépítését.

1. alapelv. A hangzófelhasználás egyezzék meg a nyelvre kapott hangzóstatisztika arányaival. Gyakorlati megvalósításként vegyünk pl. 200 szótagot. Ez 200 magánhangzót jelent. Ha a magánhangzó — mássalhangzó arányt 41,5 : 58,5-nek vesszük, a hozzátartozó mássalhangzók száma 282. A hangzók eloszlási adatai a IV. táblázat szerintiek, amit az I. táblázat statisztikai adatai arányában szerkesztettünk meg.

2. alapelv. A szótagtípusok felhasználási aránya egyezzék meg a nyelvre kapott szótagtípusarányokkal. Ez az elv ugyanolyan természetes, mint az előbbi, ha nem akarunk letérni a nyelvi alapokról. Adatait a 3. alapelvvel együtt tárgyaljuk.

3. alapelv. Egy-, két- és háromszótagú szavak készüljenek a nyelvi adatoknak nagyjából megfelelő arányban. A beszéd nem csak egytagú szavakból áll. A hangzókapcsolatok mindegyike sem valósítható meg csak egytagú szavak alkalmazása esetén. Végül az érthetőség mellett a megfigyelhetőség és a kifáradás is szerepet játszik a szövegminták kiértékelésében. Mind a három érv indokolja, hogy a folyamatos magyar beszéd hűebb utánzása érdekében még a háromszótagú szavak is bekerüljenek a szövegmintákba. További hosszúságnövelésnek azért nincs értelme, mert a megfigyelhetőség a szóhosszúságokkal rohamosan csökken, ami értelmes szavak esetén korai kifáradásra, értelmetlen szavak esetén pedig indokolatlan tévesztésre is vezet.

IV. táblázat

Az érthetőségi szövegminták hangzóanyaga

Magánhangzók	Mássalhangzók	
53 e	37 t	9 v
47 a	29 l	8 sz
24 o—ó	28 n	8 j (ly)
22 i	27 k	8 h
17 á	22 r	7 gy
17 é	21 m	5 f
10 ö—ő	19 s	4 p
6 u	12 g	4 ny
4 ü	10 z	3 cs
—	10 d	1 ty
—	10 b	1 c
—		1 zs
200	282	

A szótagszám szerinti eloszlásban nagyjából 2 : 2 : 1 arányt vettünk, de figyelembe véve a prózában talált nagyobb egytagú számot, a kéttagúakat kissé csökkentettük. Így számszerint 47 egytagú, 42 kéttagú és 23 háromtagú szót szerkesztettünk. Ezeken belül szigorúan ragaszkodtunk a szótagtípusok számszerű eloszlásához, de nem tartottuk be a szótagtípusok kapcsolódási arányait, mert ez már igen nagy nehézségekre, nevezetesen az összes hangzókapcsolat pontos arányának megtartására kötelezett volna. Egyébként is a két utóbbi feltétel keresztülvitele azonos az értelmes szavak szerkesztésével, ami éppen nem célunk. A szótagokra vonatkozó összes adat az V. táblázatba került, amit a II. táblázat adataiból szerkesztettünk meg. Az V. táblázat elkészítése már sok nehézséget jelentett és ezért sok megalkuvást tartalmaz. Ugyanis nem elég a szótagok és szótagtípusok megfelelő adatainak helyes arányba hozása, hanem még a magánhangzó/mássalhangzó aránynak is helyesnek kell maradnia. Az **a** típus szaporítása a magánhangzók, az **1a1** és **1a2** típus szaporítása pedig a mássalhangzók javára tolja el az arányt. Azonkívül a szótagtípusok összegének az első és második, illetve az első, második és harmadik szótagban meg kell egyezniök. Ezek a szerkesztési nehézségek indokolják, hogy az egyezés a statisztikai adatokkal ne lehessen tökéletes. A kis számarányú szótagtípusok ki is maradtak a táblázatból.

1. összeállítási elv. A hasonulás törvényeit a szövegmintákban alkalmazni kell. A szövegminták összeállításának első lépése a hangzók IV. táblázat szerinti számban történő kijelölése. Gyakorlatilag jó megoldás kis kartonlemezekre egy-egy hangzó felírása, mert így számítási hiba nem történhet. Ezekből kell összeállítani az V. táblázat alsó sora szerinti szótagtípusszámot. Ez a kartonlemezek

V. táblázat

Az érthetőségi szövegminták szótagszámai és szótagtípus-számai

Szótagtípus	a	al	la	lal	la2	Összesen
Egytagú	9	15	4	15	4	47
Kéttagú első	6	5	16	14	1	42
Kéttagú második	—	1	10	29	2	42
Háromtagú első	4	2	12	1	—	23
Háromtagú második .	1	2	12	8	—	23
Háromtagú harmadik	1	1	5	14	2	23
Összesen:	21	26	59	85	9	200

összerakásával és a szótagok felsorolásjellegű felírásával történik. Ez után következik a harmadik lépés, amely már nem mechanikus munka: a szótagtípusokból a szavak összeállítása.

Az egytagú szavak közt az **a** típus kétharmad része az *a* névelő. A többi ebből a típusból csak *ó, e* és *ő* lehet. A többi típusnál bármely magánhangzó bármely mássalhangzóval kapcsolódhat, egyetlen gondot az **la2** típus okoz, ahol a végső két mássalhangzó kapcsolata nem közömbös. Ide a leggyakoribb szóvégi kétmássalhangzós kapcsolatokat engedjük meg, mégpedig: *mb, nt, rj, lt, rt, st, nd, jd, ld, nk, ng, rv, dv, lsz, nc, rc, ncs, lcs, ngy.*

Az összetétel alkalmával a legtöbb helyen kétmássalhangzós kapcsolat keletkezik. Ezekre pontosan alkalmazandók a 2. fejezetben említett hasonulási törvények. A szövegmintát eleve úgy kell összeállítani, hogy a felolvasáskor úgyis érvényesülő hasonulás a hangzóösszetételt ne változtathassa meg. Ha hasonulásellenes hangzótalálkozás adódik, egyiket a szabály szerint meg kell változtatnunk, vagy semlegesítenünk kell, ugyanakkor valamelyik más szónál pedig ellenváltoztatást kell végeznünk, hogy a hangzók felhasználási aránya változatlan maradjon.

Például a következő összetételekben:

mát — gár helyett *mád — gár* vagy *már — gát* stb.
zson — big helyett *zsom — big* vagy *nozs — big* stb.
us — dar helyett *us — tar* vagy *ur — das* stb.
ot — szán helyett *ok — szán* vagy *on — szát* stb.
javítás végezhető.

A második oszlop szerinti javítás esetén vesztettünk két *t*, egy-egy *n* és *d* hangzót, helyette nyertünk egy-egy *d, m, t* és *k* hangzót. A *d* és az egyik *t* kiegyenlítődik, végül tehát a változás *t* és *n* helyett *k* és *m*, amit pl. egytagú szavakban változtathatunk vissza. A harmadik oszlop szerinti megoldásban a hangzók belső fölcserélésével kerültük ki a hasonulást, ami annyiban kellemesebb, hogy nem kell ellenváltoztatást végezni.

A magánhangzóhasonulást szintén figyelembe kell vennünk, de nem kell teljes mértékben megvalósítanunk, hiszen az élő nyelvben sincs meg teljes mértékben. Sokszor mégis erősen kívánkozik az átalakítás. Gyakorlati példák:

kezoláp — *kezilép*
gyáöltam — *gyáöltem*
zamjes — *zamjós*

Ilyenkor természetesen szintén szükséges a megfelelő hangzók visszaalakítása.

2. *összeállítási elv. A rövid-hosszú arányok lehetőség szerinti alkalmazása.* Említettük, hogy az *o—ó* és *ö—ő* magánhangzópárok arányát is megállapítottuk. Eszerint 24 *o*-ból 5 hosszú, a 10 *ö*-ből szintén 5 hosszú. A hosszanejtett mássalhangzók számát a III. és IV. táblázatból állapíthatjuk meg. A szövegminták alakulásától függ, hogy ezek közül egy-egy sorozatban mennyi valósítható meg. Pontos számuk egyáltalán nem látszik kritikusnak.

3. *összeállítási elv. Az értelmes szavak száma ne haladja meg az összes szó 25%-át.* Az egytagúak közül az *a, ó, ő* értelmes szóként fogható föl, egyébként is az egytagú szerkesztéskor és a többtagú összeállításkor előfordul, hogy értelmes szó keletkezik. Növekszik az értelmes szavak előfordulási aránya a hasonulási elvek alapján történő átalakításokkor. Egy-egy sorozatban a 200 szótagból 47 egytagú, 42 kéttagú és 23 háromtagú szó, azaz összesen 112 szó kap helyet. Az értelmes szavak száma a fenti beszámításokkal ne legyen több 25—35-nél. Ezenkívül előfordulnak olyan szavak is, amelyeknek valamelyik szótagja értelmes.

1. *felhasználási elv. Egyhuzamban végzett vizsgálathoz 200 szótagból alkotott rendezetlen sorrendben következő 112 szót kell felhasználni.* Kisebb szám az eredmény statisztikai értékelhetőségét rontja le, nagyobb szám esetén a hallgatók kifáradnak és ezáltal az eredmény lesz rosszabb.

2. *felhasználási elv. Azonos személynél ugyanazon szövegmintával lehetőleg ne végezzünk vizsgálatot.* Amennyiben ez mégis szükséges volna, az ismétlés időpontja 1 hónapon túl legyen és a szöveg szavainak sorrendjét cseréljük fel. Kivételt képeznek ez alól a szabály alól azok a vizsgálatok, ahol éppen az ismétlés eredményéből akarunk valamilyen következtetést levonni.

3. *felhasználási elv. A vizsgálatok előtt azonos szövegű utasítást kell a kisérleti személyeknek adni.* Az utasításban röviden ismertetni kell a vizsgálat célját és technikai lefolytatását, hangoztatni a kísérleti személyek önálló és lelkiismeretes munkájának fontosságát és végül utalni a beolvasott szöveg természetére (értelmetlen és értelmes, egy-, két- és háromszótagú szavak keveréke).

Az I—X. számozott mellékletekben 200—200 szótag érthetőségi szövegminta van a fenti elvek alapján elkészítve. Az alapelvek és összeállítási elvek segítségével természetesen további szövegminták készíthetők.

IRODALOM

[1] *Tarnóczy T.* Nyelvtudományi Közlemények. LIII. 107—152 (1952).
[2] *Vértes E.* Nyelvtudományi Közlemények. LIV. 96—140 (1953).
[3] *Tolnai V.* Nyelvőr. XXXV. 421—425.
[4] *Mikes F.* Gyorsírástudomány 1935—36—37. évfolyamai.
[5] *Nemes T.:* Magyar Posta Műszaki Közleményei. VIII (1934), 101—106.
[6] *Tarnóczy T:* Magyar Nyelv. XXXVIII, 352—357 (1942), XXXIX. 369—374 (1943).
[7] *H. Fletcher:* Speech and Hearing. London. 1929.
[8] *P. Menzerath* Journal of Acoust. Society 22. 698—701 (1950).

Passzív hálózatok paramétereinek valós és képzetes részei közti kapcsolat

SZENTIRMAI GYÖRGY
Műszaki Egyetem Vezetéknélküli Híradástechnika Tanszék

I. Bevezetés

Az utóbbi időkben egyre gyakrabban merülnek fel szakembereink között az elektromos hálózatok elméletének egyes speciális kérdései. Ezek közé tartozik például egy impedancia valós és képzetes részei közti kapcsolat, vagy egy négypólus csillapítása és fázisforgatása közti kapcsolat kérdései. Bár az elektromos hálózatok elmélete távolról sem lezárt tudomány, erre a kérdésre a külföldi irodalomban kielégítő választ találhatunk.

Jelen cikk célja, ezt a magyar nyelven még nem tárgyalt kérdést felvetni és — az ismert válaszoknál talán egy kissé precizebben — megválaszolni.

II. A feladat megfogalmazása

Régóta ismert tény, hogy az elektromos hálózatok működésének jellemzésére használatos paraméterek valós és képzetes részei egymástól nem függetlenek. Ezt a kérdést tesszük most részletesebb vizsgálat tárgyává. Feladatunk három főrészre oszlik:

1. Először megállapítjuk, hogy milyen feltételeknek kell az egyes paramétereknek eleget tenniök, hogy véges számú passzív lineáris elektromos alkatelemből álló hálózattal megvalósíthatók legyenek.

2. Ezekután megállapítjuk, hogy milyen további feltételek mellett van egyértelmű kapcsolat ezen paraméterek valós és képzetes részei között.

3. Végül pedig megadjuk azokat a módszereket, amelyek segítségével — a fenti feltételek teljesülése esetén — a paraméterek valós részéből a képzetest, vagy megfordítva, meghatározhatjuk.

A feladatot meglehetősen általánosan fogalmaztuk meg. Mit kell ugyanis értenünk egy elektromos hálózat paraméterei alatt? Ha a hálózat kétpólus, akkor csak egy ilyen paraméter használatos, a kétpólus impedanciája, vagy ennek reciproka, az admittanciája.

Ha azonban a hálózat négypólus, akkor már sokkal több az ismert és használatos paraméter. Ezek közül azonban csak néhánnyal fogunk foglalkozni, mert a többi ezekre visszavezethető. Ezek pedig az ellenállás-paraméterek, továbbá az átviteli tényező és ennek logaritmusa, az átviteli mérték.

A kérdéses elektromos hálózat, akár két-, akár pedig négypólusról legyen is szó, lineáris és passzív; azaz olyan pozitív értékű induktívitásokból, kapacitásokból, ellenállásokból és transzformátorokból lehet felépítve, melyeknek értékei függetlenek a rajtuk átfolyó áram értékétől.

Előre kívánjuk bocsátani, hogy minden eredményünk könnyen általánosítható arra az esetre is, amikor a hálózat — működési tartományukban lineárisnak tekinthető — elektroncsöveket is tartalmaz. Csupán azt kell kikötnünk, hogy a hálózat stabil legyen, azaz külső gerjesztés *nélkül* ne adjon le energiát. Ezzel az általánosítással azonban nem foglalkozunk, csupán utalunk az eredeti közleményre [1].

III. Analízis és a szintézis alapjai

Feladatunk első részének főkérdése: A legáltalánosabb esetben milyen sajátságokkal rendelkeznek az elektromos hálózatok különböző paraméterei?

a) Az elemi hálózatanalízisből tudjuk, hogy minden hálózatparaméter a hálózat ágaiban szereplő elemek impedanciáiból alkotott determinánsok különböző hányadosaiként állítható elő. Ebből rögtön következik az, ami minden hálózatparaméternél közös:

Minden paraméter a $p = \delta + j\omega$ frekvenciaparaméternek racionális törtfüggvénye, vagy ennek logaritmusa, ahol az összes együtthatók valós számok.

A valós együtthatók kapcsán az algebra alaptétele megköveteli, hogy ezen paraméterek zérushelyei és pólusai vagy valósak, vagy konjugált komplex párok legyenek. A valós együtthatók miatt konjugált komplex »p« értékhez konjugált komplex függvényérték tartozik. Azaz képletben — ha az itt szereplő speciális komplex-változós függvényeket $R(p)$-vel jelöljük:

$$R(\bar{p}) = \overline{R(p)} \qquad \text{(III.1)}$$

Ebből rögtön következik egy további érdekes sajátság. Ha ugyanis a függvény értékeire csupán a p-sík képzetes tengelye mentén ($p = j\omega$) vagyunk kíváncsiak, akkor a függvény valós része ω-nak tiszta páros, a képzetes része pedig tiszta páratlan függvénye lesz. Ugyanis bevezetve a következő jelöléseket:

$$R(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$$

ahol

$$A(\omega) = \mathrm{Re}\,[R(j\omega)] \qquad \text{(III.2)}$$
$$B(\omega) = \mathrm{Im}\,[R(j\omega)]$$

Tudva pedig, hogy $(j\omega)$ konjugáltja $(-j\omega)$, azaz:

$$R(\overline{j\omega}) = R(-j\omega) = A(-\omega) + jB(-\omega) \qquad \text{(III.3)}$$

Ezt (III.2)-be helyettesítve és (III. 1)-gyel egybevetve kapjuk:

$$A(-\omega) + jB(-\omega) = A(\omega) - jB(\omega) \qquad \text{(III.4)}$$

azaz szétválasztva:

$$A(-\omega) = A(\omega)$$
$$B(-\omega) = -B(\omega) \qquad \text{(III.5)}$$

Végül pedig ebből az következik, hogy zérus frekvencián a képzetes rész, és a valós rész differenciálhányadosa csupán extrém értéket — zérus vagy végtelen értéket — vehet fel.

Mindezek a sajátságok az összes hálózatparaméter közös sajátságai. Több közös sajátságuk azonban nincs, ezért ezekután az egyes paraméterekkel külön kell foglalkoznunk.

b) Vizsgáljuk először kétpólusok impedanciáit, vagy reciprokukat, az admittanciát. A kettőt ugyanis — tárgyalásunk szempontjából — nem kell egymástól megkülönböztetni. Ha pedig egy függvény egyaránt lehet impedancia vagy admittancia, akkor — a kettős szóhasználat elkerülése végett — ezt »immittanciá«-nak fogjuk nevezni.[1]

Milyen további követelményeknek kell tehát egy fizikailag megvalósítható immittanciának eleget tenni?

Nyilvánvaló, hogy a kétpólusnak minden körülmények között — tehát például rövidzárásban és üresjárásban is — stabilnak kell lenni. Ez annyit jelent, hogy az esetleg fellépő tranziens jelenségek amplitudója nem növekedhetik minden határon túl. Ennek a feltételnek a matematikai megfogalmazása a következő:

Ismeretes, hogy egy hálózatban lejátszódó tranziens jelenségeket állandó együtthatójú homogén differenciál-egyenlet, vagy egyenlet-rendszer írja le. A megoldás pedig általában a következő alakú tagok összegeként írható fel:

$$\mathrm{Re}\left[\left(\sum_{k=0}^{n-1} A_k t^k\right) \varepsilon^{(\delta_i + j\omega_i)t}\right] =$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} |A_k| \, t^k \, \varepsilon^{\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_{ik}) \qquad \text{(III.6)}$$

ahol a $p_i = \delta_i + j\omega_i$ érték az ú. n. sajátfrekvencia — a karakterisztikus egyenlet gyöke — nem más, mint az immittancia zérushelye vagy pólusa és »n« az illető zérushely vagy pólus multiplicitása. Ez a jelenség az időben nyilván akkor nem fog minden határon túl növekedni, ha:

$$\delta_i < 0 \qquad \text{(III.7)}$$

Ha azonban $n = 1$, azaz egyszeres zérushelyről ill. pólusról van szó, akkor a

$$\delta_i = 0 \qquad \text{(III.8)}$$

határérték is meg van engedve. Pontosan megfogalmazva tehát:

Egy immittancia megvalósíthatóságának szükséges feltétele, hogy zérushelyei és pólusai a baloldali félsík belsejébe [Re $(p) < 0$] essenek, a képzetes tengelyre esők — a zérust és végtelent is beleértve — csak egyszeres zérushelyek ill. pólusok lehetnek.

Passzív kétpólusoknál végül a megvalósíthatóság utolsó feltétele az, hogy az immittancia valós része a képzetes tengelyen seholsem lehet negatív. Ennek szükségessége egyszerűen belátható abból, hogy ellenkező esetben a passzív kétpólus egy frekvencián, vagy egy egész sávban tartósan képes volna energiát leadni, ami az energiamegmaradási elvvel ellenkeznék.

Ezek a feltételek szükségesek és elégségesek ahhoz, hogy az immittancia véges számú passzív elemből felépíthető legyen. A feltételek szükséges voltát már beláttuk, az elégséges voltát pedig úgy lehetne bizonyítani, hogy megadjuk az eljárást, amellyel adott és a feltételeknek eleget tevő függvény esetén az immittancia megkonstruálható. Ez azonban épp úgy, mint az egyes speciális — reaktáns és egyéb kételemes — esetek tárgyalása túlhaladja cikkünk kereteit [2].

c) Térjünk rá most a négypólusokra és itt is tárgyaljuk meg először az ellenállás- vagy vezetésparamétereket. A kettő ugyanis itt is teljesen azonos módon tárgyalható.[2]

$$R_{11}(p) = Z_{11}(p) \text{ ill. } Y_{11}(p)$$

$$R_{22}(p) = Z_{22}(p) \text{ ill. } Y_{22}(p) \qquad \text{(III.9)}$$

Nyilvánvaló, hogy a négypólus mindkét oldali úgynevezett »hajtóponti« immittanciái[3] az előbbi — a kétpólusok immittanciáira adott — feltételeknek eleget tartoznak tenni.

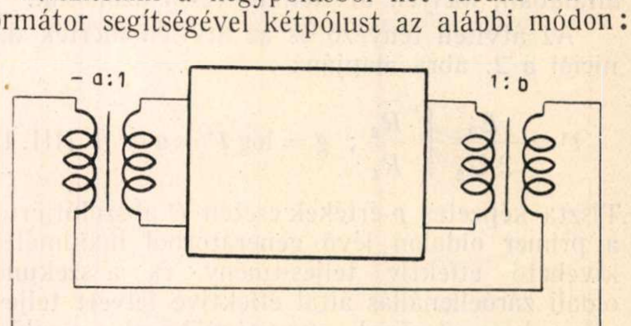
A transzfer immittanciának

$$R_{12}(p) = Z_{12}(p) \text{ ill. } Y_{12}(p) \qquad \text{(III. 10)}$$

csupán a pólusaira vonatkoznak a fenti kikötések. Tehát a transzfer immittancia pólusai csupán a baloldali félsíkba eshetnek, a képzetes tengelyre esők pedig csak egyszeresek lehetnek. A transzfer immittancia zérushelyeire és valós részére azonban semmi kikötés nincs.

Ezek a feltételek azonban még nem elegendők ahhoz, hogy ezek a függvények egy és ugyanazon négypólus *összetartozó* paraméterei legyenek. A hiányzó feltételre a következőképpen jutunk.

Készítsünk a négypólusból két ideális transzformátor segítségével kétpólust az alábbi módon:



1. ábra.

[1] A számításoknál mindenütt relatív paramétereket fogunk alkalmazni. Ezekről dimenziós értékekre úgy lehet áttérni, hogy a használatos négy mennyiség (R, L, C, ω) közül bármelyik kettő egységét tetszés szerint megválasztjuk, a másik kettő pedig az ismert dimenzionális kötésekből számítható:

$$R_e = \sqrt{\frac{L_e}{C_e}}; \qquad \omega_e = \frac{1}{\sqrt{L_e C_e}}$$

[2] Ezek definicióit illetően lásd bármelyik híradástechnikai kézikönyvet [13].

[3] Egyedül csak itt célszerű az angolszász »hajtó-ponti« immittancia kifejezés (driving-point immittance) használata, hogy az üresjárási impedanciát és a rövidzárási admittanciát együtt tárgyalhassuk és a transzfer immittanciáktól mégis megkülönböztethessük.

Az így nyert kétpólus immittanciája elemi számítással könnyen kapható:

$$R = a^2 R_{11} + 2\,a\,b R_{12} + b^2 R_{22} \quad \text{(III. 11)}^4$$

Ennek valós része

$$\mathrm{Re}\,[R] = a^2\,\mathrm{Re}\,[R_{11}] + 2\,a\,b\,\mathrm{Re}\,[R_{12}] + $$
$$+ b^2\,\mathrm{Re}\,[R_{22}] \quad \text{(III. 11/a)}$$

a képzetes tengelyen és a jobboldali félsíkban — a transzformátoráttételek tetszés szerinti valós értékei mellett — sehol sem lehet negatív. Ez a feltétel a fentieken kívül még azt követeli, hogy

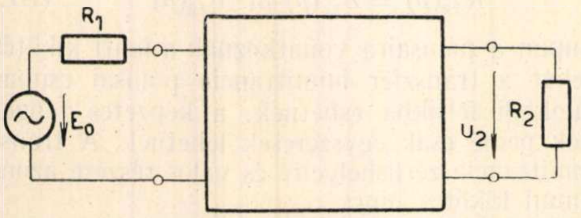
ha $\quad \mathrm{Re}\,(p) \geq 0\,;$

$$\mathrm{Re}\,[R_{11}(p)]\,\mathrm{Re}\,[R_{22}(p)] -$$
$$- \{\mathrm{Re}\,[R_{12}(p)]\}^2 \geq 0. \quad \text{(III. 12)}$$

Ezek a feltételek — amelyekből még egy sor részletkövetkeztetés is levonható — már elégségesek ahhoz, hogy a megfelelő négypólus realizálható legyen. Azonban ez is túlhaladja témánk kereteit [3].

e) Érdekesebb és számunkra is fontosabb jellemzője egy négypólusnak az üzemi átviteli tényezője, vagy ennek logaritmusa, az átviteli mérték.

Mindenesetre meg kell jegyeznünk, hogy egyrészt ez a paraméter nemcsak a négypólus jellemzője, mert a záróellenállások értékeitől is függ; másrészt viszont adott záróellenállások között sem jellemzi *egyértelműen* a négypólust, mert ebben az esetben



2. ábra.

is több olyan, nem ekvivalens négypólus található általában, melyek átviteli tényezői azonosak.

Az átviteli tényező és az átviteli mérték definiciói a 2. ábra alapján:

$$\Gamma = \frac{E_0}{2\,U_2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\,; \quad g = \log \Gamma = a + jb \quad \text{(III. 13)}^5$$

Tiszta képzetes p-értékek esetén Γ abszolút értéke a primer oldalon lévő generátorból maximálisan kivehető effektív teljesítmény és a szekunder oldali záróellenállás által effektíve felvett teljesítmény hányadosának négyzetgyökével egyenlő. A jobboldali félsík belsejében Γ abszolút értékének hasonló fizikai jelentése van, csupán itt nem a teljesítmények időbeli középének, hanem egy bizonyos t_1 időpillanatig leadható, ill. felvett *összes* energiák hányadosáról van szó. Az átviteli mérték valós részét (a) csillapításnak, képzetes részét (b) pedig forgatásnak nevezzük.

4 A kifejezés impedanciákra igaz, admittanciák esetén az »a« és »b« értékek helyett a reciprokuk szerepel.

A megvalósíthatóság feltételeihez itt a következőképpen jutunk:

Az átviteli tényező — mely p-nek természetesen[5] szintén racionális törtfüggvénye — általában így írható:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{N(p)} = \varepsilon^{a+jb} \quad \text{(III. 14)}$$

Γ-nak, vagyis $H(p)$-nek zérushelyei nyilván csak a baloldali félsík belsejébe eshetnek. A jobboldali félsík belsejébe vagy a képzetes tengelyre eső zérushely — Γ fizikai jelentése kapcsán — végtelen nagy teljesítményerősítésre vezetne, ami passzív négypólusnál lehetetlen. Tehát $H(p)$ összes gyökei negatív valós részűek, azaz ez egy úgynevezett *Hurwitz*-polinom. Teljesen azonos energiamegfontolások alapján kapjuk további feltételként:

ha $\quad Re(p) \geq 0$

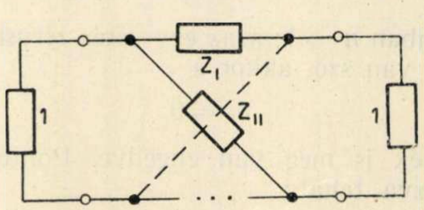
$$|\Gamma|^2 = \frac{H(p)\,H(\bar{p})}{N(p)\,N(\bar{p})} \geq 1 \quad \text{(III. 15)}$$

ahol az egyenlőségjel csak a képzetes tengelyen lehet érvényes. A képzetes tengelyen ezt a csillapításra átírva:

$$a = \frac{1}{2}\log|\Gamma|^2_{p=j\omega} =$$
$$= \frac{1}{2}\log\frac{H(j\omega)\,H(-j\omega)}{N(j\omega)\,N(-j\omega)} \geq 0 \quad \text{(III. 16)}$$

A (III. 15) feltételből következik, hogy $N(p)$ fokszáma $H(p)$ fokszámánál nagyobb nem lehet, mert az egyenlőtlenség különben igen nagy p értékek esetén felborulna. Ezen a feltételen — és természetesen a valós együtthatókon — kívül $N(p)$-re semmi kikötést nem tehetünk, gyökei (azaz Γ pólusai) a komplex p-síkon bárhol elhelyezkedhetnek.

Ezek a feltételek azonban már elégségesek a megvalósításhoz. (Lásd az 1. példát.) Vizsgáljuk meg ugyanis az alábbi négypólust:



3. ábra.

Amennyiben a két hídellenállást úgy határozzuk meg, hogy

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} = \frac{1 - \dfrac{1}{\Gamma}}{1 + \dfrac{1}{\Gamma}} \quad \text{(III. 17)}$$

5 Szorítkozzunk arra a gyakorlatban egyedül érdekes esetre, amikor a négypólus ohmos zárások között dolgozik, amelyeket az általánosság csorbítása nélkül egységnyieknek tételezhetünk fel. Egyébként az itt leírtak nem tiszta ohmos zárások esetére is általánosíthatók.

akkor a négypólus üzemi átvitele valóban az előírt Γ érték lesz. Most még csak azt kell megmutatnunk, hogy az így kiadódó Z_I függvény valóban kétpólussal realizálható.[6] Ez azonban könnyen bizonyítható.

A (III.15) feltétel kapcsán $\frac{1}{|\Gamma|}$ az egész jobboldali félsík belsejében 1-nél kisebb. Ebben a tartományban tehát Z_I-nek sem zérushelye, sem pedig pólusa nem lehet. Továbbá a (III. 17) egyenletből a (III. 14) egyenlet segítségével:

$$R_e(Z_I) = \frac{\varepsilon^{2a} - 1}{\varepsilon^{2a} + 2\cos b \cdot \varepsilon^{a} + 1} \geq 0 \qquad \text{(III. 18)}$$

a teljes jobboldali félsík belsejében.[7] Ebből már az is következik, hogy ha van is a képzetes tengelyen zérushely vagy pólus, akkor azok csak egyszeresek lehetnek. Ugyanis egy zérushely közvetlen környezetében a függvényértékek annyi pozitív és negatív szektorra oszlanak, amennyi a zérushely multiplicitása. Jelen esetben azonban egy teljes félsíkból, azaz π szögön belül bármilyen irányból is közeledjünk a zérushelyhez, azt feltételünk szerint pozitív értékeken keresztül közelítjük meg. Következésképpen az illető zérushely csak egyszeres lehet. A függvény reciprokát vizsgálva, hasonló mondható a képzetes tengelyen levő pólusokra is. Vagyis kielégülnek mindazok a feltételek, melyeket szükségesnek és elégségesnek ismertünk el ahhoz, hogy Z_I (ill. Z_{II}) hídellenállások megvalósíthatók legyenek. Ezzel pedig Γ-ra vonatkozó eredeti állításunkat is igazoltuk. (L. 2. példát.)

Tegyük még egy kissé részletesebb vizsgálat tárgyává az átviteli tényezőt és az átviteli mértéket. E célból bontsuk fel az átviteli tényező számlálóját és nevezőjét gyöktényezőkre, de a konjugált komplex gyökpárakat tartsuk együtt.

$$\Gamma = K \frac{\prod_{h=1}^{m}\left(1 + \frac{p}{\omega_h}\right) \prod_{i=1}^{n}\left[1 + 2\frac{p}{\omega_i}\cos\alpha_i + \left(\frac{p}{\omega_i}\right)^2\right]}{\prod_{j=1}^{q}\left(1 + \frac{p}{\omega_j}\right) \prod_{k=1}^{r}\left[1 + 2\frac{p}{\omega_k}\cos\alpha_k + \left(\frac{p}{\omega_k}\right)^2\right] \prod_{l=1}^{s}\left[1 + \left(\frac{p}{\omega_l}\right)^2\right] \cdot p^t} \qquad \text{(III.19)}$$

ahol a valós, illetve konjugált komplex gyökök a számlálóban:

$$p_h = -\omega_h$$

$$p_i = -\omega_i\,\varepsilon^{\pm j\alpha_i} \qquad \text{(III.20)}$$

Mivel a számlálóban Hurwitz-polinóm áll, azért:

$$\omega_h > 0$$

$$\omega_i > 0\,; \quad \frac{\pi}{2} > \alpha_i > 0 \qquad \text{(III.21)}$$

A nevezőben pedig hasonló módon az egyes tagok sorjában a valós, a konjugált komplex, a tiszta képzetes és végül a zérusnál felvett gyökökhöz tartozó gyöktényezők. Az itt szereplő állandókra — valós voltukon kívül — általában semmi kikötés nincs. Az $N(p)$ polinómnak csupán a fokszámára tettünk egy kikötést, amely a szorzatokban szereplő tagok számára vonatkoztatva így szól:

$$m + 2n \geq q + 2r + 2s + t \qquad \text{(III.22)}$$

Az átviteli tényező kifejezését logaritmizálva a csillapításra és a forgatásra a következő kifejezéseket kapjuk:

$$a(\omega) = \log|K| + \frac{1}{2}\sum_{h=1}^{m}\log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\log\left[1 + 2\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2\cos 2\alpha_i + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^4\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}\log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right] - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{r}\log\left[1 + 2\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2\cos 2\alpha_k + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^4\right] - \sum_{l=1}^{s}\log\left|1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2\right| - t\cdot\log\omega \qquad \text{(III.23)}$$

$$b(\omega) = \operatorname{arc} K + \sum_{h=1}^{m}\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\omega_h} + \sum_{i=1}^{n}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)\cos\alpha_i}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2} - \sum_{j=1}^{q}\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\omega_j} -$$

$$-\sum_{k=1}^{r}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)\cos\alpha_k}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2} - \sum_{l=1}^{s}\lim_{\varepsilon_l\to 0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{\varepsilon_l\left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2}\right] - t\frac{\pi}{2} \qquad \text{(III.24)}$$

A fázisforgatás kifejezésének első tagja egy esetleges keresztezést vesz figyelembe. Különös figyelmet érdemel az utolsóelőtti tag, amely a tiszta képzetes pólusokhoz tartozó fázisforgatást adja. Ezek az értékek voltaképpen szakadásos függvények, ugyanis Γ értéke egy ilyen (egyszeres) pólusnál éppen előjelet vált. Valóban, határértékben:

[6] Z_{II}-ről ezt már nem szükséges kimutatni, mert ha Z_I megvalósítható, akkor Z_{II} szintén megvalósítható [4].

[7] Az egyenlőségjel csak a képzetes tengelyen állhat fenn.

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{\varepsilon\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right]=\begin{cases}0 & \text{ha } \omega<\omega_0\\ \pi & \text{ha } \omega>\omega_0\end{cases} \qquad (\mathrm{III.25})^8$$

Ezeket a szakadásokat, fázisugrásokat a fázisfüggvény számításánál figyelmen kívül szokták hagyni éppen úgy, mint a legutolsó tagot, amely a kezdőfázis azon részét adja, mely a zérus frekvencián levő csillapításpólusoktól származik. Ezen adatok ismerete azonban lényeges, mert ezek a fáziskarakterisztika szerves részei éppúgy, mint a többi tagok.

IV. Minimál-sajátságok

Térjünk rá most azon feltételek vizsgálatára, amelyek mellett a hálózatfüggvények valós és képzetes részei között egyértelmű kapcsolat van.

Mindenekelőtt egy előzetes megjegyzés. Az egyértelműség kérdésének és feltételeinek felvetésére azért van szükség, mert mi a szóbanforgó függvények valós ill. képzetes részét nem ismerjük az egész komplex számsíkon, hanem csupán a képzetes tengely mentén, csupán valós ω értékek esetén.[9] Persze ebben az esetben alkalmazni lehet a *Poisson*-féle integrált, illetve ennek egy módosított alakját[10] a megadott zárt görbére (jelen esetben a képzetes tengelyre). Ennek azonban feltételei vannak: a függvénynek a görbe által bezárt területen (jelen esetben a jobb- vagy baloldali félsíkon) analitikusnak kell lenni és a határon (a képzetes tengelyen) levő szingularitások is legfeljebb logaritmikus szingularitások vagy elágazáspontok lehetnek (l. V/*B*). Ezek a feltételek azonban hálózatfüggvényeinknél nem teljesülnek á priori. Azt kívánjuk most megvizsgálni, hogy hogyan lehetne hálózatfüggvényeinkből olyanokat csinálni, melyek ezeket a feltételeket is kielégítik.

A) Immittancia-függvényeink — mind a kétpólus-immittanciák, mind pedig a »hajtó-ponti« immittanciák — ezeket a feltételeket részben teljesítik, amennyiben a jobboldali félsík belsejében nincs szingularitásuk. A képzetes tengelyen azonban van. Ez nem baj akkor, ha az immittanciák helyett a logaritmusukkal számolunk, mert ezáltal ezekből a pólusokból és zérushelyekből logaritmikus szingularitások lennének. Ha azonban nem kívánunk logaritmussal számolni, akkor más megoldáshoz kell folyamodnunk.

Az immittancia-függvényre tett kikötéseink miatt a tiszta képzetes pólusok residuuma pozitív valós szám [5]. Ezekhez a két ellentétes előjelű párokban fellépő pólusokhoz tartozó úgynevezett pólusrész a részlettörtre bontás módszerével kiemelhető:

$$R(p)=\frac{a_\nu}{p-j\omega_\nu}+\frac{a_\nu}{p+j\omega_\nu}+$$

$$+R'(p)=\frac{2a_\nu p}{p^2+\omega_\nu^2}+R'(p) \qquad (\mathrm{IV.1})$$

ahol az $R'(p)$ maradék a $p=j\omega_\nu$ helyen már véges értékű.[11] Ezek a kiemelt másodfokú pólusrészek egy tiszta reaktáns résznek felelnek meg, éspedig egy sorbakapcsolt parallel rezgőkörnek — ha impedanciáról van szó — illetve egy parallel kapcsolt soros rezgőkörnek — ha admittanciáról van szó. Így az összes, a képzetes tengelyen levő pólus (a zérusnál és végtelennél levők is) kiemelhető és a visszamaradó rész már a képzetes tengelyen is analitikus lesz.

A visszamaradó immittancia-függvényt, amelynek tehát a képzetes tengelyen nincs pólusa, minimális képzetes részű immittanciának nevezzük.

Ha egy immittancia minimális képzetes részű, akkor a reciprokra nem feltétlenül az. Lehet olyan minimális képzetes részű immittanciát készíteni, melynek reciproka is minimális képzetes részű. Ennek azonban feladatunk szempontjából nincs jelentősége, mert a képzetes tengelyen fekvő zérushelyeket a *Cauchy*-féle integráltétel alkalmazása megengedi.

A teljes egyértelműség biztosításához még egy feltételt kell megvizsgálnunk.

Láttuk, hogy az immittanciák valós része a képzetes tengelyen sehol sem lehet negatív. Jelöljük a valós rész itt felvett abszolút minimumát $A_{\min}$-mal Könnyen belátható, hogy az a függvény, amelyet az eredeti függvénynek $A_{\min}$-al való csökkentése útján kapunk, szintén megvalósítható:

$$R'(p)=R(p)-A_{\min} \qquad (\mathrm{IV.2})$$

Ugyanis ez a csökkentés csupán annyit jelent, hogy a függvény valós része egy kissé lejjebb tolódott, de a szinguláris pontok (zérushelyek és pólusok) a baloldali félsíkban maradtak; továbbá a függvény valós része sem lesz sehol negatív, csupán legalább egy pontban felveszi a zérus értéket.

Az ilyen immittanciákat, melyek valós része legalább egy pontban zérus, minimális valós részű immittanciáknak nevezzük. Nyilvánvaló, hogy ha egy immittancia minimális valós részű, akkor a reciproka is az.

Így tehát a legáltalánosabb immittancia felépíthető egy minimális valós és minimális képzetes részű immittancia, egy tiszta reaktáns immittancia és egy ohmos ellenállás vagy vezetés összegeként. (Például impedancia esetén a 4. ábra szerint.)

Ezekután kimondhatjuk a tételt:

Minimális valós és minimális képzetes részű immittanciák valós részéből a képzetes rész — vagy megfordítva — egyértelműen számítható.

Ehhez csatlakozik a 4. ábra kapcsán a következő kettős tétel:

[8] Mint látjuk, ezek a fázisugrások úgy foghatók fel, mintha egy-egy, nem a képzetes tengelyen levő pólushoz tartoznának, amely pólust azután minden határon túl közelítünk a képzetes tengelyhez.

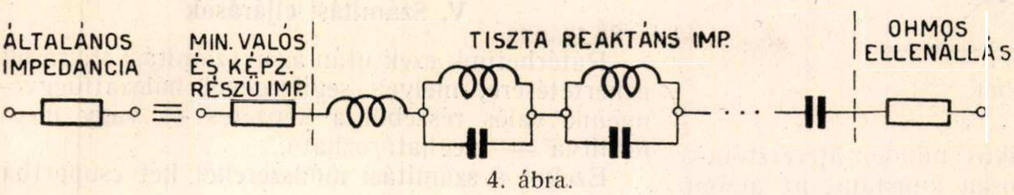
[9] Ha a függvények valós ill. képzetes részét az egész komplex síkon ismernők — mint $A(\delta,\omega)$ ill. $B(\delta,\omega)$ függvényeket —, akkor az egyértelműséget a Cauchy—Riemann-féle differenciálegyenletek — egy esetleges konstanstól eltekintve — biztosítanák.

[10] Lényegében a Cauchy-féle integráltétel alkalmazásáról van szó.

[11] Könnyen belátható, hogy ez a maradék külön is megvalósítható immittancia [5].

a) Adott valós részhez a legáltalánosabb képzetes részt úgy kapjuk, hogy az adott $A(\omega)$ valós részhez meghatározzuk a minimális képzetes részű képzetes részt és ehhez hozzáadunk egy tetszés szerinti tiszta reaktáns immittanciát.

b) Adott képzetes részhez a legáltalánosabb valós részt úgy kaphatjuk, hogy az adott $B(\omega)$ képzetes részhez meghatározzuk a minimális valós



4. ábra.

részű valós részt és ehhez hozzáadunk egy tetszés szerinti potizív konstans értékű valós részt.

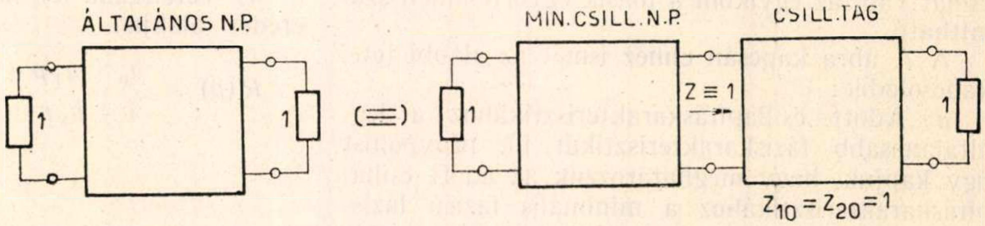
Vagy egy másik oldalról megvilágítva alternatív megfogalmazásban:

a) Két immittancia, melyek valós részei azonosak, egymástól csupán egy tetszés szerinti additív tiszta reaktáns immittanciában különbözhetnek.

b) Két immittancia, melyeknek képzetes részei azonosak, egymástól legfeljebb egy tetszés szerinti értékű additív ohmos immittanciában különbözhetnek.

B) Térjünk rá most a négypólusokra, speciálisan az átviteli mértékre. Itt is hasonló módon definiálhatunk bizonyos minimum-sajátságokat, a célból, hogy *Cauchy* tételét alkalmazni tudjuk.

Tudjuk, hogy a csillapításra szintén olyan kikötés áll fenn, hogy az a képzetes tengelyen nem lehet negatív. Határozzuk meg itt is a csillapítás abszolút minimumát, legyen ez $a_{\min}$. Ha ezt az értéket az eredeti átviteli mértékből kivonjuk, akkor a maradék átviteli mérték még mindig megvalósítható, mert a megvalósíthatósági feltételeknek továbbra is eleget tesz, csupán valós része legalább egy pontban felveszi a megengedett minimális zérus értéket. Az ilyen átviteli mértéket, ill. a megfelelő négypólust minimális valós részű átviteli mértéknek, ill. minimális csillapítású négypólusnak nevezzük.



5. ábra.[12]

Ha a kivont $a_{\min}$ konstans csillapításértéket egy egyik oldalán illesztve zárt szimmetrikus csillapító taggal megvalósítjuk, akkor az eredeti négypólus felbontható — átviteli mérték szempontjából ekvivalens lesz — ezen csillapítótag és a minimális csillapítású négypólus lánckapcsolásával (5. ábra.)

Az átviteli tényezővel azonban még az a baj, hogy általában mind a jobboldali félsík belsejében, mind a határon (a képzetes tengelyen) vannak pólusai. Mivel azonban úgyis a logaritmusával, az átviteli mértékkel számolunk, a képzetes tengelyen levő pólusokból úgyis logaritmikus szingularitások lesznek, amelyek meg vannak engedve. A jobboldali félsík belsejében levő pólusokat azonban el kell tüntetni. E célból az átviteli tényező (III.14) kifejezését írjuk így át:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{H_1(p) \cdot N'(p) \cdot H_2(-p)} \qquad \text{(IV.3)}$$

ahol a nevezőt három részre bontottuk. $H_1(p)$ tartalmazza a baloldali félsík belsejébe eső pólusokat, tehát ez egy *Hurwitz*-polinóm. $N'(p)$ tartalmazza a képzetes tengelyre eső pólusokat, tehát $N'(p)$ tiszta páros vagy tiszta páratlan polinóm. Végül $H_2(-p)$ tartalmazza a jobboldali félsík belsejébe eső pólusokat, azaz $H_2(p)$ ismét *Hurwitz*-polinóm.

Bontsuk most ezt a kifejezést így fel:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{H_1(p) N'(p) \cdot H_2(p)} \cdot \frac{H_2(p)}{H_2(-p)} = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \qquad \text{(IV.4)}$$

ahol

$$\Gamma_1 = \frac{H(p)}{H_1(p) \cdot N'(p) H_2(p)}$$

$$\Gamma_2 = \frac{H_2(p)}{H_2(-p)} \qquad \text{(IV.5)}$$

Könnyen belátható, hogy mindkét új átviteli tényező ismét külön-külön megvalósítható. Γ_1-nek azonban a jobboldali félsíkban már nem lesznek pólusai, mert azokat áthelyeztük a képzetes tengelyre tükrösen elhelyezkedő pontokba. Az ilyen átviteli tényezőt és négypólust — melynek tehát nincsen pozitív valós részű pólusa — minimális képzetes részű átvitelnek, illetve minimális fázisú négypólusnak nevezzük.

Érdekes még a Γ_2 átviteli mérték is. Erre ugyanis:

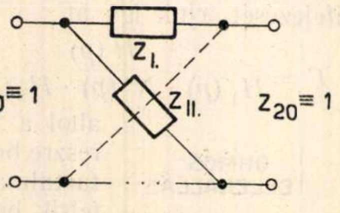
$$|\Gamma_2|^2 = \frac{H_2(j\omega) H_2(-j\omega)}{H_2(-j\omega) H_2(j\omega)} \equiv 1 \qquad \text{(IV.6)}$$

azaz ennek a négypólusnak a csillapítása azonosan zérus. Ez egy mindentáteresztő fázisforgató négypólus, amely a 6. ábra szerint valósítható meg, ahol

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{H_2(p) - H_2(-p)}{H_2(p) + H_2(-p)} . \qquad \text{(IV.7)}$$

[12] A zárójelbe tett azonosságjel azt jelenti, hogy a két kapcsolás csupán az üzemi átvitel szempontjából azonos egymással.

A Z_I és Z_{II} hídellenállások tiszta reaktáns kétpólusok lesznek, ha $H_2(p)$ — amint azt kimutattuk — valóban *Hurwitz*-polinóm [6]. Tekintettel arra,



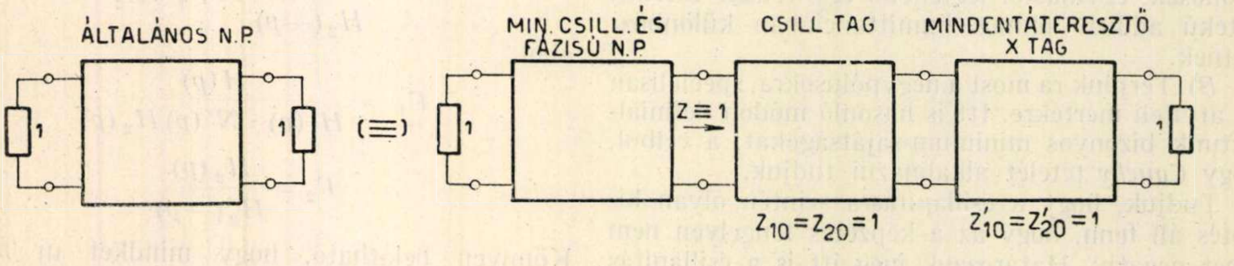
6. ábra.

hogy ennek a szimmetrikus mindentáteresztőnek a hullámellenállása azonosan konstans, az alábbi tételt mondhatjuk ki:

A legáltalánosabb átviteli mérték felépíthető egy minimális csillapítású és minimális fázisú négypólus, továbbá egy egymáshoz és az egyik záráshoz illesztett mindentáteresztő fázisforgató és egy csillapítótag lánckapcsolásaként.

Ezekután itt is kimondhatjuk a tételt:

Minimális csillapítású és minimális fázisú négypólus csillapítása és fázisa közt egyértelmű kapcsolat van, az egyikből a másik egyértelműen számítható.



7. ábra.

A 7. ábra kapcsán ehhez ismét az alábbi tétel kapcsolódik:

a) Adott csillapításkarakterisztikához a legáltalánosabb fáziskarakterisztikát ill. négypólust úgy kapjuk, hogy meghatározzuk az adott csillapításkarakterisztikához a minimális fázisú fáziskarakterisztikát ill. négypólust és ehhez egy tetszés szerinti mindentáteresztő fáziskarakterisztikáját hozzáadjuk, illetve a megfelelő mindentáteresztőt láncba kapcsoljuk.

b) Adott fáziskarakterisztikához[13] a legáltalánosabb csillapításkarakterisztikát ill. négypólust úgy kapjuk, hogy meghatározzuk az adott fázishoz tartozó minimális csillapítású csillapításkarakterisztikát ill. négypólust és ehhez tetszés szerinti pozitív konstans csillapítást adunk hozzá, illetve megfelelő csillapító tagot kapcsolunk vele láncba.

Vagy ismét más megvilágításban:

a) Két átviteli mérték, melyek valós részei azonosak, egymástól csak egy tetszés szerinti mindentáteresztő fáziskarakterisztikájában különbözhetnek.

b) Két átviteli mérték, melyek minimális fázisú képzetes részei azonosak, egymástól csupán egy konstans, frekvenciafüggetlen csillapításban különbözhetnek.

Csupán arra kell majd ügyelnünk, hogy ha a fáziskarakterisztikából számítjuk a csillapítást, akkor a (III.24) kifejezést teljes egészében ismernünk kell, különben az egyértelműség nincs biztosítva.

V. Számítási eljárások

Rátérhetünk ezek után azon számítási eljárások ismertetésére, melyek segítségével hálózatfüggvényeink valós részéből a képzetes — vagy megfordítva — meghatározható.

Ezeket a számítási módszereket két csoportba sorolhatjuk:

1. algebrai, és
2. analitikus eljárásokra.

A) Foglalkozzunk először az algebrai módszerrel. Ez a módszer egyszerűen a következő:

Megfigyeljük, hogy az eredeti függvényből milyen eljárással képezzük a valós ill. képzetes részt. Azután ezen az úton visszafelé haladva próbáljuk meg az eredeti függvényt rekonstruálni.[14]

a) Tételezzük fel, hogy immittanciánk keresett eredeti alakja:

$$R(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \ldots + a_n p^n}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \ldots + b_m p^m} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \tag{V.1}$$

Feltételeinkből következik, hogy

$$m - n = 1 \text{ vagy } 0 \tag{V.2}$$

Ugyanis $p = \infty$-nél sem pólus, sem 1-nél magasabb fokú zérushely nem lehet.[15] Ez a kifejezés résztörtekre bontva még így is írható:

$$R(p) = A_0 + \sum_i \frac{A_i}{p - p_i} \tag{V.3}$$

függetlenül attól, hogy a p_i és A_i értékek esetleg komplex számok (amelyek azonban konjugált komplex párokban lépnek fel). $R(p)$ valós része ezekután szintén kétféle alakba írható az (V.1) ill. (V.3) egyenletek alapján:

[13] Ha feltételezzük, hogy az adott fáziskarakterisztika eredetileg is minimális fázisú négypólushoz tartozik.

[14] Látni fogjuk, hogy a tárgyalt minimál-feltételek itt is szükségesek az egyértelműség biztosítására.

[15] Pólus a minimális reaktáns rész miatt nem lehet.

$$R_e\,[R\,(p)]_{p=j\omega}=\frac{R\,(p)+\bar{R}\,(p)}{2}\Bigg|_{p=j\omega}=\frac{1}{2}\,\frac{H_1(j\,\omega)\,H_2(-j\,\omega)+H_2(j\,\omega)\,H_1(-j\,\omega)}{H_2(j\,\omega)\,H_2^{*}(-j\,\omega)} \qquad (V.4)$$

Illetve

$$\mathrm{Re}\,[R\,(p)]_{p=j\omega}=\left|\frac{1}{2}\left[A_0+\sum_i\frac{A_i}{p-p_i}\right]+\frac{1}{2}\left[A_0+\sum_i\frac{-A_i}{p+p_i}\right]\right|_{p=j\omega} \qquad (V.5)$$

Ugyanis tiszta képzetes p értékeknél $\bar{p}=-p$. A rekonstrukció ennek kapcsán igen egyszerűen történik. Először is ω helyébe $(-jp)$-t helyettesítünk. Így a valós rész nevezője (V.4) szerint tartalmazza az eredeti nevező gyökeit és azok negatívjait is. Ezeket a gyököket meg kell határoznunk. Ezután a nevező gyökeinek ismeretében a valós részt az (V.5) kifejezés szerint részlettörtes alakra bontjuk. Azokat a tagokat, melyek pólusai negatív valós részű »p_i« értékeknél vannak, egybegyűjtve, és a pozitív állandó felével kiegészítve kapjuk az (V.5) kifejezés első felét, azaz a keresett immittancia felét. Ezt azután összevonva az (V.1) alakra hozhatjuk. (Lásd a 3. példát.)

A minimális képzetes rész feltétele csak közvetett úton került tárgyalásunkba egyszerűen úgy, hogy ha az eredeti immittancia tartalmazott is pólusokat a képzetes tengelyen, az azoknak megfelelő (IV.1) alakú tagok a valós részben semmi nyomot nem hagytak. [Lásd az (V.5) egyenletet.] Következésképpen a rekonstruálásnál sem kerülhettek elő.

Teljesen hasonlóan számíthatjuk a valós részt a képzetesből. A képzetes rész alakjai ugyanis:

$$\mathrm{Im}\,[R\,(p)]=\frac{R\,(p)-\bar{R}\,(p)}{2}\Bigg|_{p=j\omega}=$$

$$=\frac{1}{2}\,\frac{H_1(j\,\omega)\,H_2(-j\omega)-H_2(j\,\omega)\,H_1(-j\,\omega)}{H_2(j\,\omega)\,H_2(-j\,\omega)} \qquad (V.6)$$

Illetve

$$\mathrm{Im}\,[R\,(p)]=\left|\frac{1}{2}\left(A_0+\sum_i\frac{A_i}{p-p_i}\right)-\frac{1}{2}\left[A_0+\sum\frac{-A_i}{p+p_i}\right]\right|_{p=j\omega} \qquad (V.7)$$

Itt jelentkezik majd a minimális valós rész feltétele, mint az egyértelműség szükséges feltétele. Ugyanis az (V.7) kifejezésből az A_0 konstans kiesik és a reprodukálásnál sem kerül elő, hanem tetszés szerint[16] felvehető. Ha minimális valós részre szorítkozunk, úgy A_0 értéke — amely egyébként az immittanciának végtelenben felvett értéke — egyértelműen számítható. Egyébként a keresett immittancia teljesen úgy számítható, mint a valós részből. (Lásd a 4. példát.)

b) Az átviteli tényezőnél ill, mértéknél az eljárás a logaritmusképzés miatt egy kissé más.

A (III.14) képletből kiindulva a csillapításra ill. a forgatásra az alábbi kifejezéseket írhatjuk fel:

$$a=\frac{1}{2}\log\left|\frac{H\,(p)\,H\,(-p)}{N\,(p)\,N\,(-p)}\right|_{p=j\omega} \qquad (V.8)$$

$$j\,\mathrm{tg}\,b=\left|\frac{H\,(p)-H\,(-p)}{H\,(p)+H\,(-p)}-\frac{N\,(p)-N\,(-p)}{N\,(p)+N\,(-p)}\right|_{p=j\omega} \qquad (V.9)$$

Ezek helyett célszerűbb a velük egyenértékű alábbi kifejezések használata:

$$\varepsilon^{2a}=\frac{H\,(p)\,H\,(-p)}{N\,(p)\,N\,(-p)}\Bigg|_{p=j\omega} \qquad (V.8/a)$$

$$\frac{1+j\,\mathrm{tg}\,b}{1-j\,\mathrm{tg}\,b}=\frac{H\,(p)\cdot N\,(-p)}{N\,(p)\cdot H\,(-p)}\Bigg|_{p=j\omega} \qquad (V.9/a)$$

Ha a csillapításból, tehát az (V.8/a) egyenletből indulunk ki, akkor a számláló gyökei közül azok,[17] melyek a baloldali félsíkba esnek, lesznek $H(p)$ gyökei. A nevezőnél csak akkor egyértelmű a helyzet, ha minimális fázisú négypólusról van szó. Ekkor a baloldali félsík belsejébe eső konjugált komplex gyökök és a képzetes tengelyre eső gyökök (amelyek páros multiplicitással fognak fellépni) fele alkotják az $N(p)$ polinómot.

Ha azonban a fázisforgatásból, azaz az (V.9/a) egyenletből akarjuk az átviteli tényezőt reprodukálni, akkor a helyzet komplikálódik. Ugyanis az $N(p)$ polinóm általában tartalmazhat egy tiszta páros vagy tiszta páratlan polinómot szorzóként, amely az (V.9/a) egyenletből nyom nélkül kiesik, vagy csak egy negatív előjelet hagy hátra. Ennek a fázisforgatásban — mint láttuk — szakadások, illetve bizonyos kezdőfázis felel meg, amelyet nem szokás, illetve csak a (III.24) kifejezéshez hasonló viszonylag nehézkes módon lehet figyelembe venni.

Ezen a következő módon lehet segíteni. Először eltekintünk a kezdőfázistól és a fázisugrásoktól. Ekkor az adott »b« függvénnyel képezzük a

$$\frac{1+j\,\mathrm{tg}\,b}{1-j\,\mathrm{tg}\,b}=f\,(\omega) \qquad (V.10)$$

függvényt, ahol az $\omega=-jp$ helyettesítést végezzük el. Ezután a számlálónak és a nevezőnek a baloldali félsík belsejébe eső zérushelyeinek meg-

[16] Mindenesetre a megvalósíthatósághoz szükséges, hogy A_0 értékét, ha tetszés szerint is, de a minimális valós rész feltételezésével kiadódó értéknél feltétlenül csak nagyobbra válasszuk.

[17] Természetesen itt is az $\varepsilon^{2a}=f(\omega)$ függvény szokott adva lenni, ahol előbb az $\omega=-jp$ helyettesítést kell elvégeznünk.

felelő gyöktényezőket egybegyűjtve, megkapjuk a

$$\frac{H(p)}{H_1(p)} \qquad (V.11)$$

részét az átviteli mértéknek.[18] Hátra van a tiszta páros, vagy tiszta páratlan $N'(p)$ polinóm meghatározása. Ez történik az eddig figyelmen kívül hagyott szakadások és a kezdőfázis segítségével. Ha ugyanis a $j\omega_i$ helyeken vannak $(-n_i\pi)$ értékű fázisugrások, (n_i pozitív egész szám), és a kezdőfázis, illetve a kezdőfázisnak a zérus frekvencián lévő csillapításpólusok okozta része, $(-t\frac{\pi}{2})$, akkor

$$N'(p) = p^t \prod_i \left[1 + \left(\frac{p}{\omega_i}\right)^2\right]^{n_i} \qquad (V.12)$$

Még mindig hiányzik ekkor egy konstans valós szorzó, amelyet azonban a minimális csillapítás feltétele szolgáltat. Így tehát egy esetleges konstans 180°-os fázistolástól eltekintve, amely a fenti konstans szorzó előjelétől függ, feltételeink mellett az egyértelműség mindkét irányban biztosítva van.

Egy kis szépséghibája van csupán az eljárásnak. Bizonyos adatok ismeretét még feltételezni sem lehet általában. Ilyen pedig a fázisban beálló ugrások és a kezdőfázisnak a zérusnál lévő csillapításpólusok okozta része. Ugyanis azt még meg lehet állapítani, hogy egy pontban Γ előjelet vált. Ez azonban csak annyit jelent, hogy ott a fázisugrás

$$-(2k+1)\pi \quad m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (V.13)$$

azaz $-\pi$ páratlan számú többszöröse. A »k« érték pontos megállapítására azonban — a csillapítás ismerete nélkül — nincsen mód. Épp úgy nem állapítható az sem meg, hogy nincsen-e valahol $(-2k\pi)$ értékű ugrás a fáziskarakterisztikában, mert itt a Γ még előjelet sem vált. Végül a kezdőfázisról is csupán annyi állapítható meg, hogy az $-\frac{\pi}{2}$ páros, vagy páratlanszámú többszöröse-e.

Ezért abban az esetben, ha a fáziskarakterisztikából számítjuk a csillapítást, az egyértelműséget általában nem tudjuk biztosítani. Csupán azt tudjuk megállapítani, hogy a (III.24) egyenletben a »t« értéke páros-e, vagy páratlan, továbbá, hogy egyes »$j\omega_i$« értékeknél a fázis $-\pi$ páratlan számú többszörösével ugrik. Ennél többet nem mondhatunk és a hiányzó adatokat tetszés szerint felvehetjük, mindenesetre csak úgy, hogy a

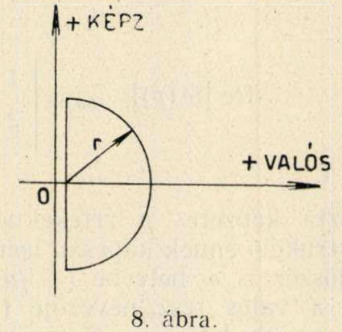
$$2s + t \leq 2(n - r) + (m - q) \qquad (III.22)$$

feltétel teljesüljön. Szerencsés és viszonylag egyszerű esetekben ezek az adatok az eredményt egyértelművé tehetik, de általában még egyszerű esetekben is többféle lehetőség áll fenn. (Lásd a 7., 8., 9. példákat.)

B) Az analitikus eljárás lényegesen általánosabb. A módszer lényegében a *Cauchy*-féle

[18] Látható itt is, hogy a minimális fázis feltétele szükséges az egyértelműséghez, mert különben a $H(p)$ és $H_1(p)$ polinómokhoz tartozó gyöktényezők szétválasztása általában többféleképpen történhetne. Egyébként ez a $H_1(p)$ (IV.5) fejezésben szereplő $H_2(p)$-t is.

integráltétel alkalmazásán alapszik, ahol az integrálást az alábbi útvonalra terjesztjük ki:



8. ábra.

és ahol majd a $\lim r = \infty$ határátmenetet végezzük el. Ez a módszer alkalmazható mindazon függvényekre, melyek az alábbi feltételeknek eleget tesznek [7]:

$$R(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega) \qquad (V.14)$$

1. Az $A(\omega)$ valós rész a képzetes tengelyen az ω frekvencia páros függvénye.

2. A $B(\omega)$ képzetes rész a képzetes tengelyen az ω frekvencia páratlan függvénye.

3. Az $R(p)$ függvénynek a jobboldali félsík belsejében $[Re(p) > 0]$ nincs szingularitása.

4. A képzetes tengelyen — egy $p = p_0$ pontban — csak olyan szingularitás lehet, hogy

$$\lim_{p \to p_0} (p - p_0) R(p) = 0 \qquad (V.15)$$

Ez megenged logaritmikus szingularitásokat és egyszerű elágazási pontokat, de pólusokat nem.

5. Általában az alábbi két határérték közül

$$\lim_{p \to 0} R(p)$$
$$\lim_{p \to \infty} R(p) \qquad (V.16)$$

legalább az egyiknek létezni kell, de néhány tétel alkalmazható olyan esetben is, ha ezek egyike sem véges.

Látjuk tehát, hogy a leírt minimál-sajátságokkal rendelkező függvényeink ezen feltételeknek eleget tesznek, csupán az átviteli mérték általában nem tesz eleget az 5. feltételnek. Azonban ez is áthidalható.

Ezeken felül azonban a fenti feltételeknek egyéb, lényegesen általánosabb függvények is eleget tesznek. Eleget tesznek például az immittanciák logaritmusai, függetlenül attól, hogy a leírt minimáltulajdonságokkal rendelkeznek-e, vagy sem. Eleget tesznek továbbá bizonyos hullámparaméterek és egyéb, mesterséges, egyenes darabokból összetett karakterisztikák is.

Előnye a módszernek, hogy ha az egyik karakterisztikát nem ismerjük a teljes képzetes tengelyen, hanem csak annak egy vagy több szakaszán, de ismerjük a másik karakterisztikát a képzetes tengely összes többi helyein, akkor az eljárással a hiányzó karakterisztika-részek is számíthatók.

Továbbá a kapcsolatok a kiindulási pontok és a változók lehetséges transzformációinak sokrétűsége kapcsán igen sokféle alakot ölthetnek. Mindezekkel nem kívánunk itt foglalkozni, csupán utalunk a szakirodalomra [8].

Az összefüggések közül is csupán egyetlen csoportot ragadunk ki, bizonyítás nélkül [9]:

$$B(\omega)=\frac{2\omega}{\pi}\int_0^\infty \frac{A(y)}{y^2-\omega^2}\,dy \qquad (V.17)$$

$$A(\omega)-A_\infty=-\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{y\,B(y)}{y^2-\omega^2}\,dy \qquad (V.18)$$

ha A_∞ véges, illetve

$$A(\omega)-A_0=-\frac{2\omega^2}{\pi}\int_0^\infty \frac{B(y)}{y(y^2-\omega^2)}\,dy \qquad (V.19)$$

ha A_0 véges.[19] Miután immittanciák esetén mind A_0 mind pedig A_∞ véges, azért ebben az esetben az utóbbi két kifejezés bármelyike használható. (Lásd az 5. példát.)

Bonyolultabb esetben egy ilyen integrál kiértékelése legalább olyan hosszadalmas és nehézkes munka, mint az algebrai eljárás, ahol a nehézség egy vagy két magasabbfokú algebrai egyenlet gyökeinek meghatározásában rejlik.[20]

Fokozódnak a nehézségek az átviteli mérték esetén, ahol az átlag mérnök elé jóformán megoldhatatlan feladatot állít egy ilyen integrál. Az integrálformulák egyszerűsítése pedig gyakorlatilag az algebrai eljárás alkalmazásához vezet, feltételezve persze azt, hogy az algebrai eljárás egyáltalán alkalmazható.

Írjuk le ugyanis ismét a csillapítás és forgatás általános formuláit, de most minimális fázisú és minimális csillapítású esetre:

$$a(\omega)=\log|K|+\frac{1}{2}\sum_{h=1}^{m}\log\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+2\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2\cos 2\alpha_i+\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^4\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{q}\log\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right]-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{r}\log\left[1+2\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2\cos 2\alpha_k+\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^4\right]-\sum_{l=1}^{s}\log\left|1-\left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2\right|-t\cdot\log\omega \quad (V.20)$$

$$b(\omega)=\operatorname{arc} K+\sum_{h=1}^{m}\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\omega_h}+\sum_{i=1}^{n}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)\cos\alpha_i}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2}-\sum_{j=1}^{q}\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\omega_j}-$$

$$-\sum_{k=1}^{r}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)\cos\alpha_k}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2}-\sum_{l=1}\lim_{\varepsilon_l\to 0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{\varepsilon_l\left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2}\right]-t\frac{\pi}{2} \qquad (V.21.)$$

ahol most már

$$\omega_h,\omega_i,\omega_j,\omega_k,\omega_l>0$$

$$\frac{\pi}{2}>\alpha_i,\alpha_k>0 \qquad (V.22)$$

Itt a két kifejezésben az egyes azonos indexű tagok egymáshoz tartoznak és kielégítik az (V.17) és (V.18) egyenleteket is.[21] Általában ugyanis kimutatható, hogy [16]

$$\frac{2\omega}{\pi}\int_0^\infty \frac{\frac{1}{2}\log\left[1+2y^2\cos 2\alpha+y^4\right]}{y^2-\omega^2}\,dy=$$

$$=\operatorname{arc\,tg}\frac{2\omega\cdot\cos\alpha}{1-\omega^2} \qquad (V.23)$$

illetve

$$-\frac{2\omega^2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\operatorname{arc\,tg}\frac{2y\cos\alpha}{1-y^2}}{y^2-\omega^2}\,dy=$$

$$=\frac{1}{2}\log\left[1+2y^2\cos 2\alpha+y^4\right] \qquad (V.24)$$

és ezek az egyenletek az

$$\alpha=0 \quad \text{és} \quad \lim\alpha=\frac{\pi}{2} \qquad (V.25)$$

határesetekben is érvényesek maradnak. Ezzel kimutattuk, hogy az (V.20) és (V.21) egyenletek algebrai úton összetartozóknak talált tagjai az (V.17) és (V.18) egyenletek szerint is egymáshoz tartoznak.

Tehát itt az eljárás az, hogy az adott függvényt algebrai módszerekkel az (V.20) ill. (V.21) alakra hozzuk és a megfelelő másik függvényt az (V.23) ill. (V.24) egyenletek segítségével meghatározzuk. Így a fázisforgatás bizonyos adatainak (ugrások, stb.) hiánya természetesen ugyanazon következményekkel jár, mint az algebrai eljárásnál. (L. a 6. példát.)

VI. Összefoglalás

Cikkünk elején megállapítottuk azon legáltalánosabb függvényeket, melyek immittanciaként, illetve átviteli mértékként véges passzív lineáris elektromos hálózattal megvalósíthatók.

[19] Az integrálkifejezéseknél mindig az ú. n. *Cauchy*-féle főértékre szorítkozunk.

[20] Mellesleg megjegyezve, ezen gyökök ismeretére az integrál kiértékelésénél is szükség van.

[21] Az (V.18) és (V.19) egyenletek egyikéből a másik egyszerű helyettesítéssel nyerhető.

Ezután megállapítva, hogy függvényeink valós és képzetes részei egymástól nem függetlenek, meghatároztuk azokat a feltételeket, amelyek mellett a valós és képzetes részek közti kapcsolat egyértelművé válik. Végül megadtuk azokat az eljárásokat-melyekkel — a fenti feltételek teljesülése esetén — egyik részből a másik számítható.

Különös eredményképpen azt találtuk, hogy a, fáziskarakterisztika egyes adatainak ismerete eleve nem tételezhető fel. Ennek azután az az érdekes következménye van, hogy az említett feltételek teljesülése esetén a csillapításból a fázis egyértelműen számítható, míg megfordítva az egyértelműség már nem mindig áll fenn. A lehetőségek mindenesetre viszonylag szűkek.

Tekintettel arra, hogy ezen hibák egy részét a képzetes tengelyre eső csillapításpólusok okozzák, ez a nehézség kiküszöbölhető volna, ha ilyen csillapításpólusok jelenlétét — a zérusnál és végtelennél lévők kivételével — nem engednők meg. Alátámasztható volna ez a szigorítás azzal az indokolással, hogy csillapításpólusoknak exakt módon a képzetes tengelyre való helyezése gyakorlatilag lehetetlen azért, mert vagy ideálisan veszteségmentes reaktáns elemeket kíván (lánckapcsolás), vagy exakt pontossággal beállított elemek szükségesek hozzá (hídkapcsolás). Mindkét eset pedig a gyakorlatban csak közelíthető.

Az irodalomban ez az érvelés egyrészt hiányzik[22], másrészt nem állja meg a helyét. Ugyanis mai technikai felkészültségünkkel a csillapításpólus a képzetes tengelyhez — különösen hídkapcsolás esetén — tetszés szerint közel vihető; nem beszélve arról, hogy az egyik irányban a kapcsolat egyértelműsége ezen *szigorítás nélkül* is fennáll. Továbbá, mint azt láttuk, a *Cauchy*-féle integráltétel alkalmazása sem igényli ezt a megszorítást.

Ezért csupán két lehetőség marad hátra:

1. Vagy megköveteljük a fáziskarakterisztika exakt ismeretét az ugrások pontos helyének, értékének és »*t*« értékének ismeretével együtt;

2. vagy a fáziskarakterisztika → csillapításkarakterisztika irányban lemondunk az egyértelműségről és tudomásul vesszük, hogy azonos fáziskarakterisztikához[23] a minimál-feltételek teljesülése esetén is általában többféle csillapításkarakterisztika tartozik.

VII. Példák

Végül az elmondottak illusztrálására lássunk néhány példát:

1. Adva van az alábbi átviteli tényező:

$$\Gamma = \frac{(1+p+p^2)(1+2p)}{1-p^2} \qquad \text{(VII.1)}$$

Kérdés, megvalósítható-e ez? Γ zérushelyei a baloldali félsíkba esnek:

$$p_1 = -0{,}5$$
$$p_{2,3} = -0{,}5 \pm j\,0{,}867 \qquad \text{(VII.2)}$$

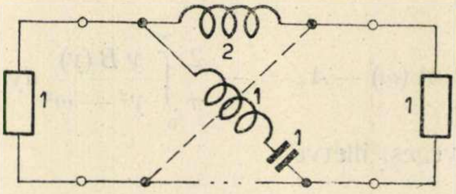
[22] Egyetlen helyet sikerült csupán találnunk, ahol hasonló indokolás olvasható [10].

[23] A lazább értelemben vett azonos fáziskarakterisztikához.

A számláló harmadfokú, a nevező fokszáma eggyel kisebb Végül pedig:

$$|\Gamma|^2_{p=j\omega} = \frac{1+3\omega^2-3\omega^4+4\omega^6}{1+2\omega^2+\omega^4} \geq 1 \qquad \text{(VII.3)}$$

Tehát az adott függvény négypólussal megvalósítható' például az alábbi kapcsolással:



9. ábra.

Ez a kapcsolás nem az a lehetőség, amelyet a szövegben tárgyaltunk.

2. Második példaként azt vizsgáljuk meg, hogy az előző példában szereplő átviteli tényezőt úgy akarnók megvalósítani, mint ahogy azt leírtuk, akkor az így kiadódó

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{\Gamma-1}{\Gamma+1} = \frac{p(1+2p+2p^2)}{2+5p+4p^2+2p^3} \qquad \text{(VII.4)}$$

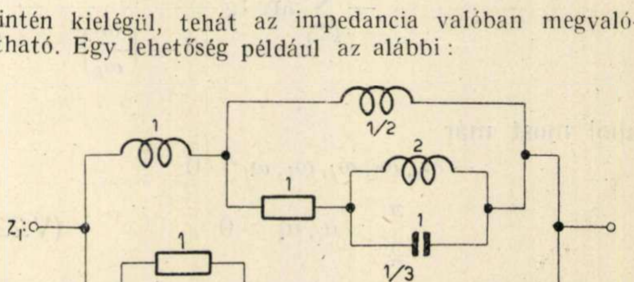
hídellenállások vajjon megvalósíthatók-e? A számláló ill. nevező zérushelyei:

$$p_1 = 0 \qquad \text{ill.} \quad p'_1 = -0{,}603$$
$$p_{2,3} = -0{,}5 \pm j\,0{,}5 \qquad p'_{2,3} = -0{,}7 \pm j\,1{,}08 \qquad \text{(VII.5)}$$

A feltételeket ezek mind kielégítik, mert p_1 kivételéve mind a baloldali félsík belsejében vannak, p_1 pedig — amely tiszta képzetesnek tekintendő — egyszeres. Végül az utolsó feltétel:

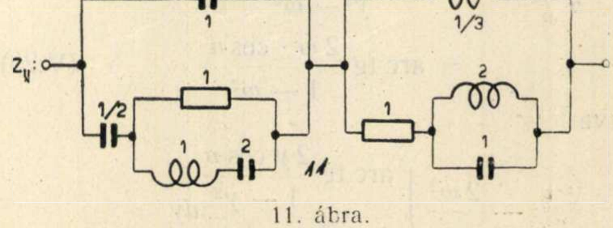
$$Re\,[Z_I] = \frac{\omega^2(1-2\omega^2)^2}{2+9\omega^2-4\omega^4+4\omega^6} \geq 0 \qquad \text{(VII.6)}$$

szintén kielégül, tehát az impedancia valóban megvalósítható. Egy lehetőség például az alábbi:



10. ábra.

illetve ennek reciproka:



11. ábra.

Az ebből a két hídellenállásból felépített és egységnyi ellenállásokkal lezárt X-tag üzemi átviteli tényezője azonos a 9. ábra kapcsolásának átviteli tényezőjével.

3. Adva van egy immittancia valós része:

$$A(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2} \qquad \text{(VII.7)}$$

Keresendő az immittancia. Az algebrai eljárás szerint:

$$H_2(p)\,H_2(-p) = [1+\omega^2]_{\omega=-jp} = 1-p^2 \qquad \text{(VII.8)}$$

Tehát:

$$H_2(p) = 1+p. \qquad \text{(VII.9)}$$

A (VII. 7) egyenlet ennek kapcsán így írható:

$$A(-jp) = \frac{1}{1-p^2} = \frac{1}{2(1+p)} + \frac{1}{2(1-p)} \qquad \text{(VII.7/a)}$$

Ezen kifejezés első tagjának kétszerese a keresett minimális képzetes részű immittancia:

$$R(p) = \frac{1}{1+p} \qquad \text{(VII. 10)}$$

4. Adva van egy immittancia képzetes része:

$$j\,B(\omega) = -j\,\omega\,\frac{1-\omega^2}{1-\omega^2+\omega^4} \qquad \text{(VII.11)}$$

A megfelelő $\omega = -jp$ helyettesítés után a nevező:

$$H_2(p)\,H_2(-p) = 1+p^2+p^4 \qquad \text{(VII.12)}$$

Innen:

$$H_2(p) = 1+p+p^2 \qquad \text{(VII.13)}$$

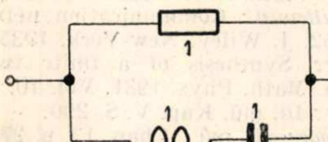
Ezután a $jB(\omega)$ kifejezést részlettörtekre bontva (a gyakorlatban nem szükséges a konjugált komplex póluspárok gyöktényezőit kétfelé bontani):

$$j\,B(p) = \frac{1}{2}\,\frac{-p}{1+p+p^2} - \frac{1}{2}\,\frac{p}{1-p+p^2} \qquad \text{(VII.14)}$$

Tehát a keresett immittancia:

$$R(p) = \frac{-p}{1+p+p^2} + A_0 \qquad \text{(VII.15)}$$

Minimális valós rész esetén $A_0 = 1$. Megvalósítása mint impedancia:



12. ábra.

5. Nézzük most az analitikus eljárást. Adva van egy immittancia valós része:

$$A(\omega) = \frac{\omega^2}{1+\omega^2} \qquad \text{(VII.16)}$$

Az (V. 17) egyenlet szerint:

$$B(\omega) = \frac{2\,\omega}{\pi}\int_0^\infty \frac{y^2}{(1+y^2)(y^2-\omega)}\,dy =$$

$$= \frac{2\,\omega}{\pi(1+\omega^2)}\int_0^\infty \frac{dy}{1+y^2} + \frac{2\,\omega^3}{\pi(1+\omega^2)}\int_0^\infty \frac{dy}{y^2-\omega^2} =$$

$$= \frac{2\,\omega}{\pi(1+\omega^2)}\,[\operatorname{arc\,tg} y]_0^\infty + I_2 \qquad \text{(VII.17)}$$

I_2-ről egy kis számolással kimutatható, hogy zérust ad, míg az első tag:

$$B(\omega) = \frac{\omega}{1+\omega^2} \qquad \text{(VII.18)}$$

értéket szolgáltat. Az eredeti, minimális valós és képzetes részű immittancia pedig:

$$R(p) = \frac{p}{1+p} \qquad \text{(VII.19)}$$

6. Csináljunk most négypólusokra néhány példát. Adva van az alábbi csillapításfüggvény:

$$a(\omega) = \log 2 + \frac{1}{2}\log(1+9\,\omega^2) + \frac{1}{2}\log\left(1+\frac{\omega^2}{4}\right) -$$

$$-\log|1-\omega^2| \qquad \text{(VII.20')}$$

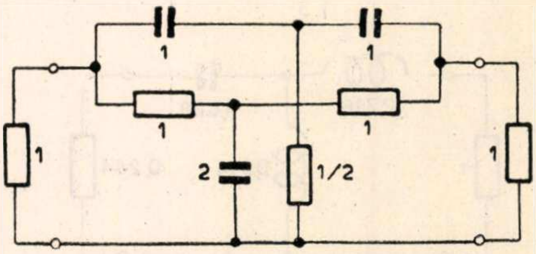
Az ennek megfelelő fázisforgatás egyszerűen adódik (V. 21) szerint:

$$b(\omega) = \operatorname{arc\,tg} 3\,\omega + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{2} - \lim_{\varepsilon\to 0}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{\varepsilon\,\omega}{1-\omega^2}\right] \qquad \text{(VII.21)}$$

Az eredeti minimális csillapítású és fázisú átviteli tényező pedig:

$$\Gamma = \pm\, 2\,\frac{\left(1+\frac{p}{2}\right)(1+3\,p)}{1+p^2} \qquad \text{(VII.22)}$$

Ez például megvalósítható (pozitív előjellel) az alábbi kapcsolással:



13. ábra.

7. Határozzuk meg azt a négypólust, melynek fázisforgatása:

$$b(\omega) = \operatorname{arc\,tg}\omega + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{1-\omega^2} \qquad \text{(VII.23)}$$

A kezdőfázisról és az esetleges fázisugrásokról semmit sem tudunk. Így az egyértelműen adódó számláló és a nevező egy része:

$$H(p) = (1+p)(1+p+p^2)$$

$$H_1(p) = 1 \qquad \text{(VII.24)}$$

A nevezőben pedig még lehet egy legfeljebb harmadfokú tiszta páros vagy tiszta páratlan polinóm, melynek gyökei tiszta képzetesek. Így összesen a következő lehetőségek állnak fenn:

$$\Gamma_1 = K_1(1+p)(1+p+p^2)$$

$$\Gamma_2 = K_2\,\frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p}$$

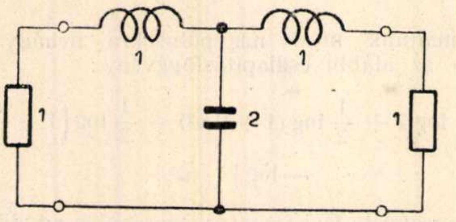
$$\Gamma_3 = K_3\,\frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p^2}$$

$$\Gamma_4 = K_4\,\frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p^3} \qquad \text{(VII.25)}$$

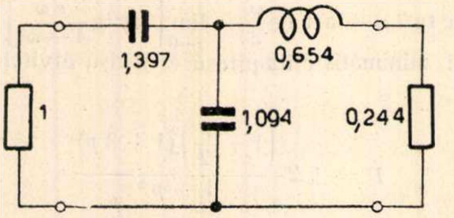
$$\Gamma_5 = K_5\,\frac{(1+p)(1+p+p^2)}{1+\left(\frac{p}{a}\right)^2}$$

$$\Gamma_6 = K_6\,\frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p\left[1+\left(\frac{p}{a}\right)^2\right]}$$

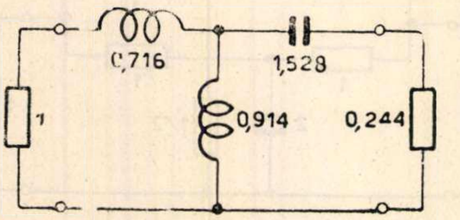
Hogy mind valóban megvalósítható, arra az alábbi ábrák adnak egy-egy példát (mindegyik példa minimális fázisú és csillapítású).



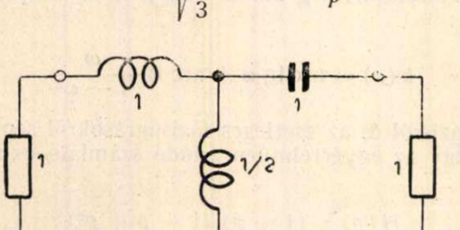
14. ábra. $\Gamma_1 = (1 + p)(1 + p + p^2)$



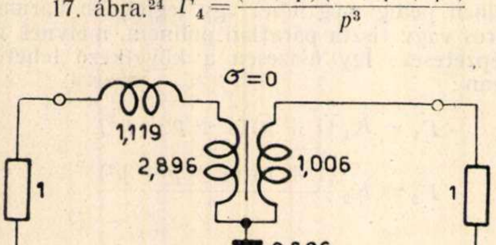
15. ábra. $\Gamma_2 = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p}$



16. ábra. $\Gamma_3 = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p^2}$

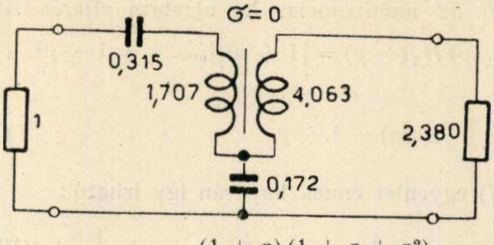


17. ábra.[24] $\Gamma_4 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p^3}$



18. ábra. $\Gamma_5 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{(1 + p^2)}$

[24] *Helyesbítés:* Az »1« induktivitás helyett is kapacitás veendő.



19. ábra. $\Gamma_6 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p(1 + p^2)}$

8. Ha az előző példában kikötjük, hogy a kezdőfázis $\frac{\pi}{2}$-nek csak páros számú többszöröse lehet, akkor rögtön szűkülnek a lehetőségek, mert a Γ_2, Γ_4 és Γ_6 kiesik, mint lehetőség. Ha még ráadásul kikötjük azt is, hogy véges frekvencián, sehol sincsen páratlan ($-\pi$) értékű fázisugrás, akkor, mint lehetőség, csak Γ_1 és Γ_3 marad. Ezt a kettőt azután — egy lehetséges keresztezés miatt — a fázisforgatásukkal egymástól megkülönböztetni sehogyan sem lehet.

9. Ha a 7. példa fázisfüggvénye mellé viszont azt kötjük ki, hogy

a) a kezdőfázis $\frac{\pi}{2}$-nek páros számú többszöröse és

b) $\omega = 1$-nél ($p = j$) a fázis ($-\pi$) páratlanszámú többszörösével ugrik, akkor a kapcsolat már teljesen egyértelmű és megoldásnak a 18. ábra és a megfelelő átviteli tényező adódik.

Köszöntemet fejezem ki *dr. Barta Istvánnak, Hennyey Zoltánnak* és *Barát Zoltánnak* értékes kritikájukért és megjegyzéseikért, továbbá *Palócz Istvánnak* állandó ösztönzéséért.

IRODALOM

[1.] *H. W. Bode:* Network analysis and feedback amplifier design. D. van Nostrand Co. New-York. 1952.

[2.] *W. Cauer:* Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Bd. 1. Kap. V. Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1941.

[3.] *C. M. Gewertz:* Synthesis of a finite four-terminal network, etc. Journ. Math. Phys. 1933. Vol. 12. pp. 1—257.

[4.] *E. A. Guillemin:* Communication networks. Vol. II. Chap. VI. p. 252. J. Wiley. New-York. 1935.

[5.] *O. Brune:* Synthesis of a finite two-terminal network etc. Journ. Math. Phys. 1931. Vol. 10.

[6.] *W. Cauer:* Id. mű. Kap. V. S. 230.

[7.] *H. W. Bode:* Id. mű: Chap. 13. p. 278.

[8.] *H. W. Bode:* Id. mű: Chapters: 13—15.

A bizonyítást lásd például:

[9.] *H. Hornich:* Lehrbuch der Funktionentheorie. Kap. V. S; 85—88.

[10.] *W. Cauer:* Das Poissonsche Integral usw. Elektrische Nachrichten-Technik Bd. 17. H. 1. S. 20. 1940

További irodalom:

[11.] *Y. W. Lee:* Synthesis of electric networks etc. Journ. Math. Phys. Vol. 11. 1932.

[12.] *K. W. Wagner:* Über den Zusammenhang von Amplituden- und Phasenverzerrung. Arch. f. elektrische Übertragung. Bd. I. 1947. aug.

[13.] *B. A. Szmirenyin:* A rádiótechnika kézikönyve. I. kötet. 3. fej. 1952. Budapest.

[14.] *H. W. Bode:* Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design. Bell Syst. T. J. Vol. 191. 1940.

[15.] *O. P. D. Cutteridge:* A graphical contribution to the analysis and synthesis of electrical networks. Proc. I. E. E. (London) Part. IV. No. 5. 1953. okt.

[16] *Rizsik—Gradstein:* Tablicü integralov i. t. p. Moszkva 1951. Lásd a 3.673—4 és 3.835—12 formulákat.

Felelős szerkesztő: Lévai Pál — Felelős kiadó: Solt Sándor — Kiadóhivatal: Nehézipari Könyv- és Folyóiratkiadó Vállalat, Budapest, V., Nagy Sándor-u. 6. — Távbeszélő: 310—175 — Egyszámlaszám 23.878.201-47.
Ez a folyóirat MNOSZ 3405 és 5602/Á szerint készült.
Akadémiai nyomda, Gerlóczy-u. 2. — 30387/54 — Készült 1200 példányban — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc